****** UNIVERSIDAD DEL VALLE ******
SEDE NORTE DEL CAUCA
SANTANDER DE QUILICHAO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
CÁLCULO I
TALLER NÚMERO 3 DERIVADAS

ESTUDIANTE: ________________________________ **DANIEL TRUJILLO LEDEZMA**

CALCULE LA DERIVADA DE CADA UNA DE LAS SIGUIENTES FUNCIONES:

1) $y = X + X^{½} + X^{1/3}$ 2) $f(x) = 5X^{6/5} - 4X^{3/4} + 8X$ 3) $f(m) = \frac{2m^4}{a^2 - m^2}$

4) $f(p) = (4 - 3p^3)(2 - 5p^2)$ 5) $g(x) = (X^3 - 1)(X^2 - 2)(X - 3)$ 6) $y = \frac{a - X}{a + X}$

7) $y = (\mathbf{a} + \mathbf{x})\sqrt[3]{\mathbf{a} - \mathbf{X}}$ 8) $y = \sqrt{\frac{1 + X}{1 - X}}$ 9) $y = \sqrt[3]{\frac{x(x^2 + 1)}{(x - 1)^2}}$ 10) $y = \frac{m}{2}\left(e^{X/m} - e^{-X/m}\right)$

11) $y = \sqrt{n^2 + X^2} - n.\ln\left(\frac{n + \sqrt{n^2 + X^2}}{X}\right)$ 12) $y = \mathrm{Ln}\left(x + \sqrt{1 + x^2}\right) - \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x}$

13) $f_{(a)} = \ln(\ln a)$ 14) $y = a^{\ln X}$ 15) $y = X^{\ln X}$ 16) $y = e^{x^x}$

17) f(x) = Determine **f'(0) si f(x)** = $\sqrt{senx + \ln(g(x))}$, **con g(0) = e y g'(0) = 2e**

DERIVE LAS SIGUIENTES FUNCIONES Y EXPRÉSELAS EN SU FORMA MÁS SIMPLE:

1) $y = \left(\frac{X}{n}\right)^{nX}$ 2) $y = (\mathrm{Sen}X)^X$ 3) $y = (\mathrm{arcsen}X)^2$ 4) $y = \sqrt{4 - 2^X}$ 5) $y = \arctan\frac{2X}{1 - X^2}$

DERIVE:

1) $y^2 = 4p(X - h)$ 2) $X^{1/3} + y^{1/3} = a^{1/3}$ 3) $y = \mathrm{Cos}(X + y)$ 4) $\mathrm{Cos}xy = y$

5) $(X - y)^2 - (X + y)^{-3} = X^{\mathrm{Sen}X}$ 6) $X^y - y^X = R$ 7) $\ln XY + \ln(X + y) = X$

1) Halle dy/dx si $y = f\left(\frac{arcsenx}{x}\right)$

2) Si $g_{(x)} = f_{(x^2)}, f'_{(4)} = 3,\ f''_{(4)} - 1,$ halle $g''_{(2)}$

3) Si $f_{(t)} = (g^2_{(t)} - 4)^{3/5}$, $g_{(0)} = \sqrt{3}$, $g'_{(0)} = 5$, halle $f'_{(0)}$.

4) Si $f_{(2)} = 9$, $f'_{(2)} = 6$, $g_{(x)} = \sqrt{f_{(x)}}$, encuentre $g'_{(2)}$.

5) Demostrar que si U = 2lnCotS y V = TanS + CotS, entonces $\dfrac{dU}{dV} = \boldsymbol{Tan2S}$.

6) Si $y = X^n$ hallar $y^{(4)}$

7) Si $F_{(R)} = \text{SenRCosR}$ hallar $F^{(3)}_{(R)}$

8) Si $F_{(m)} = m^3e^m$ hallar $F^4_{(m)}$

9-. Hallar la derivada se tercer orden de: $y = a^X$

****** **UNIVERSIDAD DEL VALLE** ******

SEDE NORTE DEL CAUCA

SANTANDER DE QUILICHAO

ÁREA DE MATEMÁTICAS

CÁLCULO I

Universidad del Valle

TALLER NUMERO 4 APLICACIONES DE LA DERIVADA

DANIEL TRUJILLO LEDEZMA

RECTAS TANGENTES Y NORMALES

1-.Hallar las ecuaciones de las rectas tangentes a las siguientes curvas en el punto indicado:

A) $y = \sqrt{X}$ (4,2) B) $y^2 = X + 1$ (3,2) C) $y = X^3 - 2X^2$ (1, -1)

2-.Hallar las ecuaciones de la recta tangente y la normal a la curva: $y = \dfrac{8a^3}{4a^2 + X^2}$ en el punto donde X = 2ª

3-.Hallar la ecuación de la recta tangente a la curva $y = X^2 - 2X + 1$y que es paralela a la recta X+3y = 4

4-.Hallar la ecuación de la recta tangente a la curva: $y = 4 - X^3$ y que es perpendicular a la recta -3y + X –4 = 0

5-.Siendo $F(x) = X^2 + aX + b$, hallar a y b tales que la recta y = 2X sea tangente a la gráfica de f en (2,4)

6-.Existen dos rectas tangentes a la curva $\mathbf{y = -X^2 + 4X - 2}$, que pasan por el punto (2,6). Halle las ecuaciones de tales rectas y represéntelas gráficamente para comprobar el resultado.

7-.Existen dos rectas tangentes a la curva $y = 2X^2 - 5X$ que pasan por el punto (–3,1). Halle las ecuaciones de tales rectas y represéntelas gráficamente para comprobar el resultado.

OPTIMIZACIÒN DE MODELOS MATEMÁTICOS (MÁXIMOS Y MINIMOS)

1-.Hallar dos números positivos cuyo producto sea 100 y cuya suma sea mínima.

2-.Hallar dos números positivos cuyo producto sea 64, y la suma de uno de ellos con el cuadrado del otro sea mínima.

3-.Hallar el área máxima de un rectángulo inscrito en un círculo de radio R.

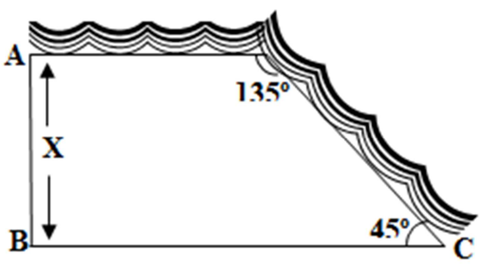
4-.Hallar las dimensiones del cilindro circular recto de volumen máximo que puede inscribirse en una esfera de radio A.

5-.Probar que de todos los rectángulos de área dada, el cuadrado tiene el menor perímetro.

6-.Halle las dimensiones del cilindro circular recto de máximo volumen que se puede inscribir en un cono circular recto de 3 m de altura y 2 m de radio.

7-.Un recipiente metálico debe contener 250π cm^3 de borojó. Si se requiere que tenga la forma de un cilindro circular recto, hallar el radio de la base y la altura, para que en su construcción se utilice el mínimo de material.

8-. Un rió tiene un codo de 45^o como se muestra en la gráfica. Se desea construir un corral bordeado por dos lados por el rió y por los otros dos lados por 1500 m de valla ABC. Hallar las dimensiones del corral de área máxima.



9-.Una página ha de contener $30cm^2$ de impresión. Los márgenes superior e inferior tienen un ancho de 2cm. Los márgenes laterales tienen 1cm. Hallar las dimensiones de la página para que se use la menor cantidad de papel.

10-. Cuál es el máximo volumen posible de un cono inscrito en una esfera de radio R?

11-. Un recipiente cilíndrico está diseñado para contener 1000 cm^3 el material de la base cuesta dos veces más que el de su cara lateral. Halle el radio y la altura del recipiente más económico.

12-. Un campo petrolero que contiene 20 pozos, ha estado produciendo 4000 barriles diarios de petróleo. Por cada nuevo pozo perforado, la producción diaria de cada pozo decrece en 5 barriles. ¿Cuántos pozos nuevos deben perforarse para maximizar la producción total diaria del campo petrolero?

13-.Se debe fabricar una caja rectangular con un volumen de 400 cm^3. el fondo es un rectángulo cuyo largo es el doble del ancho. El material para el fondo tiene un costo de $ 7 el cm^2, y para la tapa y los otro cuatro lados cuesta $ 5 el cm^2.¿Qué dimensiones minimizan el costo de la caja?

14-. Un campesino que gusta del cálculo sabe que si planta 60 guayabos en su finca, la producción media por árbol será de 475 guayabas, y ésta decrecerá en 5 guayabas por cada árbol que se incremente en el plantío. ¿Qué cantidad de árboles se debe plantar para maximizar la producción total? ¿Cuál es la máxima producción total?

15-.Una oficina de bienes raíces tiene un edificio de 100 apartamentos. Cuándo la renta es de $48.000 mensuales por cada apartamento, todos están ocupados. La experiencia ha mostrado que por cada incremento mensual de $4000 en la renta, se desocupan 5 apartamentos. El costo de mantenimiento de cada apartamento es de $8000 mensuales. ¿Qué renta debe ser colocada para maximizar la utilidad?

16-.Determine el área del máximo rectángulo que se puede inscribir en un triángulo rectángulo cuyos catetos tienen a y b cm de longitud, si los lados del rectángulo se encuentran a lo largo de los catetos.

17-.Cuando un objeto extraño penetra a la tráquea, el organismo responde tosiendo, lo que se consigue por contracciones bruscas de la tráquea, que hacen que la velocidad del aire que sale por la misma, se incremente. Si la velocidad de salida del aire se expresa por $V = K(R - r)r^2$, donde **K** es una constante de proporcionalidad, **R** el radio normal de la tráquea y **r** el radio de la traque al toser, ¿qué condición debe cumplir **r,** para que la velocidad de salida del aire sea máxima?

18-. Un biólogo ha calculado, que cuando cierta víbora inocula su veneno a un individuo de talla media, la concentración de veneno en la sangre de este, después de T horas de ser atacado. Está dada por: $C_{(T)} = \frac{5T}{18+2T^2}$. si se sabe que el antídoto seria ineficiente Si se aplica después de que el veneno alcance su máxima concentración, de cuánto tiempo se dispone para aplicar el antídoto a una persona que ha sido atacada por tal víbora?

19-. Se ha de construir un tanque con base cuadrada horizontal y lados rectangulares verticales. No tendrá tapa, pero deberá tener una capacidad de 4 m^3. El material metálico con que se construirá el tanque tiene un costo de 10 euros el metro cuadrado. Hállese las dimensiones que impliquen un costo de construcción mínimo.

20-. Hállense todos los puntos de la gráfica de $y = 4 - x^2$ que estén más cerca del punto (0, 2).

21-. Un servicio de entrega nocturna repartirá solamente paquetes cuyo volumen no sobrepase los 90 cm^3 ¿Qué dimensiones debe tener una caja de lados cuadrados para que su volumen sea máximo?

22-. Después de un proceso de descontaminación, la cantidad de un contaminante por centímetro cúbico, en una planta química, t días después del tratamiento, está dada por la expresión: $C_{(t)} = 14t^2 - 112t + 325$ con ($0 \leq t \leq 9$). ¿Cuántos días después del tratamiento la contaminación es mínima?

23-. La concentración en miligramos por cm^3 de la droga LDS en el torrente sanguíneo de una persona después de t horas de administrada está dada por:

$$C_{(t)} = \frac{0{,}18t}{t^2 + 3t + 25}$$

Hállese el momento cuando la concentración es máxima.

24-. El costo de operación de un camión en carretera abierta independientemente de los costos de trabajo es (0,13 + v/500) dólares por kilómetro, donde v es la velocidad constante del camión en km/h. El salario del chofer del camión es de $ 980 dólares la hora. ¿Que velocidad debe mantener el camión en una distancia de 600 kilómetros para minimizar los costos?

25-. Un propietario desea encerrar un área rectangular de 800 m^2 en su finca. Tres lados deben ser de malla de alambre, y el otro de ladrillo. La malla de alambre cuesta 8 dólares el metro; el ladrillo cuesta 24 dólares el metro. ¿Cuáles son las dimensiones del encierro para que los costos sean mínimos?

26-. Para cada envío una firma tiene un costo de u$ 50 por embarque. Los costos de trasporte (almacenaje, seguros, etc.) son de u$ 4 por unidad. Las ventas son uniformes durante el curso del año y se espera que lleguen 2500 unidades. Halle la cantidad óptima de cada pedido que minimice los costos de inventario anual y determine el costo mínimo (CEP cantidad económica por pedido), si cada unidad cuesta u$2.

27-. El porcentaje de árboles frutales de una plantación que han sido infectados por cierta plaga está dado por:

$$P_{(t)} = \frac{100}{1 + 50e^{-0{,}1t}}$$

Donde t es el tiempo en días. Calcule el tiempo en que $P'_{(t)}$ es máximo. ¿Qué significa este tiempo?

28-. Cuando una tarea de repetición (por ejemplo resolver problemas de cálculo) se realiza cierto número de veces, la probabilidad de hacerla correctamente crece. Un modelo usado algunas veces para esta probabilidad de éxito es:

$$P = \frac{AN}{N + B}$$

Donde A y B son constantes y N es el número de veces que se ha realizado la tarea. Calculando el $\lim_{N \to \infty} P$ interpreta A. calcule dP/dN en N = 0.

VARIABLES RELACIONADAS

1-. Se tiene un tanque de forma cónica de vértice hacia abajo, si le entra agua a razón 10πcm^3/min., ¿a qué velocidad cambia la altura del agua cuando ésta es de 5 cm.?

2-. Un tanque cónico de vértice hacia abajo tiene 10 dm de diámetro y 20 dm de altura. Si le está entrando agua a razón de 200π dm^3/min., cuál es la razón de cambio del nivel de agua, cuando la profundidad del agua es de 5 dm?

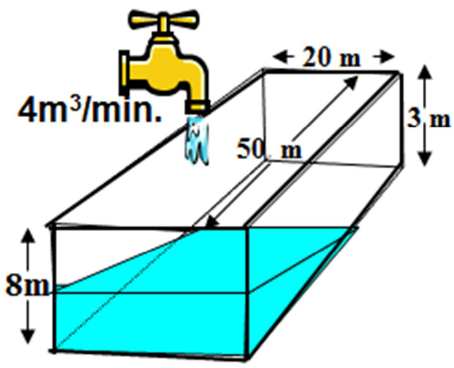
3-. Un tanque de agua tiene forma de cono con vértice hacia arriba con una altura de 10 dm y con un radio de 4 dm. Si se llena a razón de 4πdm^3/min., cuál es la razón de cambio del nivel del agua, cuando la profundidad del agua es de 3 dm?

4-. En un montón de forma cónica se deja caer arena a razón de 10 m^3/min. Si la altura del montón de arena es dos veces el radio de la base, ¿A que velocidad aumenta la altura, cuando ésta es de 8 m?

5-.Un abrevadero tiene una longitud de 5 m y sus extremos son triángulos isósceles con una altura de 1 metro, y 2 metros de base, estando el vértice opuesto a la base hacia abajo. Si se vierte agua en el abrevadero a razón de 2 m^3/min., a qué velocidad aumenta el nivel del agua en el abrevadero cuando la profundidad del agua es de 40 cm? ¿Cuánto tiempo demorara el abrevadero en elevarse?

6-.Un pescador ubicado en un puente a 10 metros por encima del nivel del agua, arrastra un pez que mordió el anzuelo y rebobina el hilo a 0,5 m/seg. Suponga que el pez está permanentemente en la superficie del agua. Cuál es la aceleración del pez en el instante en que la longitud del hilo es 30 m?

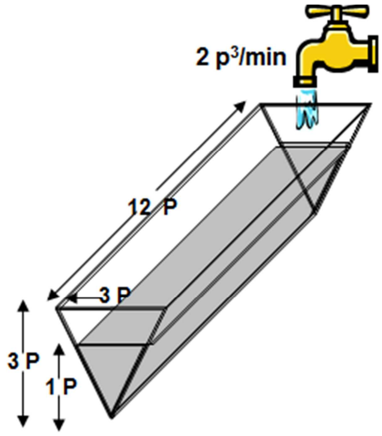
7-.La piscina que se muestra en la figura tiene dimensiones que se indican. Si se introduce agua en ella a razón de 4 m^3/min y hay dos metros de profundidad en la parte más honda:



A) ¿Qué porcentaje de la piscina está llena?
B) ¿A qué ritmo sube el nivel del agua en ese momento?

8-.Una artesa con las medidas que se muestran en la figura acaba en triángulos isósceles. Si se echa agua en ella a razón de 2 pies^3/min., ¿Cómo está subiendo el nivel del agua cuando hay un pie de profundidad?

9-.Una escalera de 10 metros de longitud se apoya contra un edificio, hallándose la base del edificio a 8 metros del extremo inferior de la escalera. Hallar:



A) La velocidad con que se mueve el extremo superior de la escalera cuando el inferior se aleja del edificio a una velocidad de 3 m/s.
B) La velocidad a la que disminuye la pendiente

10-.Un hombre de 2 metros de estatura, camina a razón de 3/2 m/s, alejándose de un manantial luminoso situado a 5 metros de altura. Cuando se halla a 8 metros de la fuente de luz:
A) ¿A qué velocidad cambia la longitud de su sombra?
B) ¿A qué velocidad se mueve el extremo de su sombra?

11-.Un farol se halla a 40 metros de altura, y desde un punto situado a 10 metros del farol, y a su misma altura, se deja caer un guijarro. Suponiendo que este cae según la ecuación de posición: $S = 5T^2$, hallar la velocidad a la que se mueve su sombra sobre el suelo, un segundo después de empezar a caer.

12-. Para un producto definido, un fabricante ha determinado que el ingreso total por la venta de X unidades está dado por la ecuación: $I(x) = 200X - X^2$, y que el costo total está dado por la ecuación: $C(x) = 500 + 8X$. Suponga que el fabricante está produciendo y vendiendo X unidades a razón de 8 diarias hasta el momento en que se produce la centésima unidad. En dicho momento, ¿Cuál es la razón de cambio del ingreso total, del costo y de la utilidad?

PROBLEMAS TIPICOS DE ADMINISTRACIÓN Y ECONOMIA

1-.El costo promedio de fabricar cierto articulo está dado por la expresión: $\mathbf{C = 5 + \frac{48}{X} + 3X^2}$, donde X es el número de artículos producidos. Halle el valor mínimo de C.

2-. Una población tiene un tamaño $P_{(t)}$ en el tiempo t dado por la función logística:

$$P_{(t)} = \frac{A}{1 + Be^{-t}}$$

Donde A y B son constantes. Encuentre el valor de t en el cual la razón de crecimiento es máxima. ¿Cuál es la razón de crecimiento máxima?

3-.Un material se demanda a una tasa de 10.000 unidades por año; el precio al costo del material es de $2 por unidad; el costo de volver a llenar el almacén por orden, sin importar el tamaño de la orden (X), es de $40 por orden; el costo de almacenar el material por un año es del 10% del valor de las existencias $\left(\frac{X}{2}\right)$.

Pruebe que el costo total C está dado por: $C = 20.000 + \frac{400.000}{X} + \frac{X}{10}$

Determine el tamaño del lote económico, esto es, el valor de X para el cual C es mínimo.

4-.Un banco quiere recortar sus costos laborales reduciendo el número de cajeros pero espera una pérdida de negocios debido al descontento de los clientes por el tiempo de esperar. Supongamos que el salario de los cajeros es de $800.000 mensuales y la perdida de utilidad por tener **n** cajeros es de $\frac{\mathbf{500.000.000}}{\mathbf{n+5}}$ pesos mensuales. Determine el valor de **n** que minimiza la suma de sus pérdidas más el costo del salario.

5-.Un fabricante de radiograbadoras que compra 6.000 transistores al año a un distribuidor quiere saber la frecuencia con que debe hacer los pedidos. Si los pide con mucha frecuencia, se elevan los costos por despacho, pues debe pagar unos derechos de pedido sobre cada despacho por concepto de manipulación y transporte. Por otra parte, si hace pedidos con poca frecuencia, cada despacho será grande y se elevara el costo de almacenamiento de los transistores hasta el momento en que sean utilizados.
Atendiendo a que los derechos de pedido son de $20 por despacho, y que el costo de almacenamiento de cada transistor durante un año es de 96 centavos, así como el costo de cada transistor es de 25 centavos y aceptando que los transistores se utilicen a una rata constante durante el año, y que cada despacho llega exactamente en el momento en el que el anterior se ha agotado, ¿Cuántos transistores debe pedir el fabricante cada vez, para hacer mínimo el costo?¿Con que frecuencia debe pedir los transistores para minimizar costos?

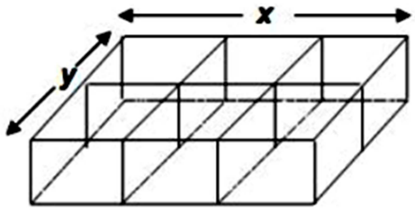
6-. Durante el verano los miembros de un club local de muchachos han estado recogiendo botellas usadas que proyectan entregar a una fábrica de vidrio para que las vuelva a usar. Hasta ahora, en 80 días, los muchachos han recogido 24.000 libras de vidrio por las cuales la fábrica de vidrio ofrece ordinariamente pagar a 1 centavo la libra. Sin embargo, como las botellas se están acumulando con más velocidad que aquella a la cual pueden volverse a usar, la fábrica proyecta reducir en 1 centavo cada día el precio que se ha de pagar por cada 100 libras de vidrio usado. Suponga que los muchachos pueden seguir recolectando botellas a la misma rata y que los costos de transporte hace imposible realizar más de un viaje a la fábrica de vidrios. ¿Cuál es la fecha en que es más provechoso para los muchachos concluir su proyecto de verano y entregar las botellas?

7-.Una firma de plásticos ha recibido un pedido del departamento de recreación de la ciudad para fabricar 8000 tablas de entrenamiento especiales de espuma de plástico para su programa de natación de verano. La firma posee 10 máquinas, cada una de las cuales puede producir 30 tablas de entrenamiento por hora. El costo de adaptación de las máquinas para producir estas tablas especiales a $20 por máquina.

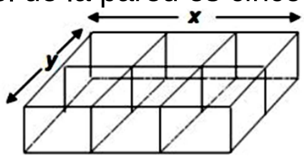
Una vez que estas máquinas han sido adaptadas, la operación es completamente automática y puede ser supervisada por un solo capataz que gana $4,8 por hora.

A) ¿Cuántas de las maquinas deben usarse para reducir al mínimo el costo de producción de las tablas de entrenamiento?
B) ¿Cuánto gana el capataz, si usa el numero óptimo de máquinas?

8-. Para construir seis jaulas de un zoológico se tienen 400 metros de un enrejado. El diseño de las jaulas se muestra en la siguiente figura. No se utiliza reja en un lado, puesto que se utiliza una pared ya existente. Halle el área máxima que se puede encerrar en estas condiciones.



9-. Para construir seis jaulas de un zoológico, que encierren un área de 300 m^2. El diseño de las jaulas se muestra en la siguiente figura. Se debe utilizar enrejado, salvo en un lado, puesto que se utiliza una pared ya existente. Halle las dimensiones óptimas si se sabe que el costo por metro del enrejado es de **p** pesos y el de la pared es cinco veces más caro.



10-. Un hombre está parado en el punto A en la orilla de un río recto de dos kilómetros de ancho, y desea alcanzar el punto B que está a 7 kilómetros corriente abajo sobre la orilla opuesta, primero remando en su barca hasta un punto P de la orilla opuesta y después caminando la distancia restante X hasta B. Puede remar a razón de 3 km/h y caminar a razón de 4 km/h. Determine el valor de X pata que el tiempo utilizado sea mínimo.

11-. Un ecólogo cultiva peces en un lago. Entre más peces introduzca, habrá más competencia por el alimento disponible y el pez ganará peso en forma más lenta. De hecho, se sabe por experimentos previos que cuando hay n peces por unidad de área del lago, la cantidad promedio en peso que cada pez gana durante una temporada está dada por **w = 600 – 30n** gramos. ¿Qué valor de n conduce a la producción total máxima en el peso de los peces?

12-. Una compañía de petróleo requiere un oleoducto de una torre de perforación situada mar adentro a una refinería que se construye en la costa cercana. La distancia de la torre de perforación al punto más cercano P sobre la costa es de 20 km., y la distancia a lo largo de la costa de P a la refinería es de 50 km. A partir de la refinería, el oleoducto recorrerá una distancia X a lo largo de la costa, después seguirá una línea recta hasta la torre de perforación. El costo por kilómetro de oleoducto bajo el agua es tres veces más caro que el correspondiente sobre la tierra. Halle el valor de x que minimiza el costo total del oleoducto.

******** UNIVERSIDAD DEL VALLE ********

SEDE NORTE DEL CAUCA

SANTANDER DE QUILICHAO

ÁREA DE MATEMÁTICAS

CÁLCULO I

TALLER NUMERO 7 LA INTEGRAL INDEFINIDA

DANIEL TRUJILLO LEDEZMA

CALCULAR CADA UNA DE LAS SIGUIENTES INTEGRALES:

1-. $\int X^5 dX$ 2-. $\int (X + X^2 + X^3)dX$ 3-. $\int (X + \sqrt{X} + \sqrt[3]{X})dX$

4-. $\int \left(\frac{3}{\sqrt{X}} - \frac{X^2}{3} \right) dX$ 5-. $\int e^{7X} dX$ 6-. $\int SenmX \; dX$ 7-. $\int \frac{\ln X}{X} dX$

8-. $\int \frac{dX}{3X+5}$ 9-. $\int \frac{dX}{5-3X}$ 10-. $\int \sqrt{X^2+1}\; X \; dX$

11-. $\int \frac{dX}{X \ln X}$ 12-. $\int 2^X dX$ 13-. $\int a^{X^2} XdX$ 14-. $\int 3^X e^X dX$

15-. $\int \left(X^5 - 8\right)^2 X^4 dX$ 16-. $\int \sqrt{X^7 - 7}\, X^6 dX$ 17-. $\int \frac{3X^2 - 2X}{X^3 - X^2 + 1} dX$

18-. $\int \frac{3X-2}{3X^2 - 4X + 5} dX$ 19-. $\int \sqrt[5]{X^3 - 7}\, X^5 dX$ 20-. $\int \frac{3X^7 dX}{\sqrt[4]{\left(5X^4 - 1\right)^3}}$

21-. $\int \frac{dX}{1 + 2X^2}$ 22-. $\int \frac{\left(a^X - b^X\right)^2}{a^X b^X} dX$ 23-. $\int \frac{dX}{X\sqrt{1 - \ln^2 X}}$

24-. $\int \frac{dX}{\sqrt{X^2 + 9}}$ 25-. $\int \frac{dX}{\sqrt{3 - 5X^2}}$ 26-. $\int \frac{\sqrt{1 + \sqrt{X}}}{\sqrt{X}} dX$

27-. $\int \frac{dX}{X^2 + 3X + 1}$ 28-. $\int \frac{dX}{2X^2 - 2X + 1}$ 29-. $\int \frac{6X - 7}{3X^2 - 7X + 4} dX$

30-. $\int \frac{dX}{\sqrt{4X^2 + 3X - 2}}$ 31-. $\int \frac{dX}{\sqrt{3 - 8X - 2X^2}}$ 32-. $\int \frac{(X+3)dX}{\sqrt{4X^2 + 4X + 3}}$

33-. $\int \frac{dX}{(X-1)(X-2)(X-3)}$ 34-. $\int \frac{dX}{4 - X^2}$ 35-. $\int \frac{dX}{X^3 - 1}$

36-. $\int Xe^{X}\,dX$ 37-. $\int X\ln X\;dX$ 38-. $\int X^{3}\ln X\;dX$ 39-. $\int \frac{dX}{X^{3}+1}$

40-. $\int \frac{4dX}{X^{4}+1}$ 41-. $\int \ln\left(X^{2}+1\right)dX$ 42-. $\int \ln(X+\sqrt{1+X^{2}})dX$

43-. $\int X^{2}\sqrt{4-X^{2}}\,dX$ 44-. $\int \frac{dX}{Sen^{2}5X}$ 45-. $\int Tan2X\;dX$

46-. $\int Cot(9X-5)dX$ 47-. $\int TanXSec^{2}X\;dX$ 48-. $\int \left(Cot e^{X}\right)e^{X}\,dX$

49-. $\int \frac{Sen3X}{\sqrt[3]{Cos^{4}3X}}\;dX$ 50-. $\int Cos\,(\ln X)\;\frac{dX}{X}$ 51-. $\int e^{SenX}CosX\;dX$

52-. $\int XarcSenX\;dX$ 53-. $\int arcTan\sqrt{X}\;dX$ 54-. $\int X^{3}\sqrt[3]{4-X^{2}}\;dX$

55-. $\int X^{3}e^{X}\,dX$ 56-. $\int \sqrt{a^{2}-X^{2}}\;dX$

NOTA: Las siguientes funciones elementales no tienen integrales elementales:

1-. $\sqrt{x}\sqrt{x+1}$ 2--. $\sqrt[n]{x^{2}+1}$ **para n = 3, 4, 5, ...** 3-. $\sqrt{x^{n}+1}$ **para 3, 4, 5, ...**

4-. $\frac{senx}{x}$ 5-. $x\tan x$ 6-. $\frac{2^{x}}{x}$ 7-. $2^{x^{2}}$ 8-. $e^{-x^{2}}$

OTRICOS FACILES PA’ QUE TE DEN MORAL

1-. $\int X^{-\frac{3}{5}}dx$ 2-. $\int (X^{-\frac{3}{5}}-\frac{5}{3})dx$ 3-. $\int 7e^{-\frac{3}{5}x}dx$ 4-. $\int \frac{-5x}{4+x^{2}}dx$

5-. $\int \frac{-5}{1+x^{2}}dx$ 6-. $\int \frac{3+4x}{x^{2}}dx$ 7-. $\int \frac{1+2x}{1+x^{2}}dx$ 8-. $\int (X^{-1}+X)^{2}dx$

9-. $\int (x^{3}+1)^{2}dx$ 10-. $\int (1+e^{3x})^{3}dx$ 11-. $\int \frac{x^{2}+1}{(2x-3)^{2}}dx$ 12-. $\int X^{-\frac{3}{5}}dx$

13-. $\int \frac{e^{2x}}{(3+e^{2x})^{2}}dx$ 14-. $\int \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^{2}}dx$ 15-. $\int \frac{sen(\ln x)}{x}dx$ 16-. $\int \frac{x^{2}}{ax+b}dx$

17-. $\int \frac{x}{(ax+b)^{2}}dx$ 18-. $\int \frac{x^{2}}{(ax+b)^{2}}dx$ 19-. $\int xsenxdx$ 20-. $\int e^{x}\cos xdx$

APLICACIONES

1-.Halle una función cuya tangente tenga la pendiente $X\sqrt{X^2+5}$ para cada valor de X y cuya grafica pase por el punto (2,10).

2-.La población de un municipio crece a razón de $20+6\sqrt{X}$ personas por mes. ¿En qué cantidad aumentara la población durante los próximos nueve meses?

3-.La velocidad de un objeto está dada por $14-\dfrac{6}{(T+1)^2}$ (T esta en horas y la distancia en Km.). ¿Qué distancia recorre el objeto en 30 minutos?

4-.El valor de reventa de cierta maquinaria industrial disminuye a una rata que cambia con el tiempo. Cuando la maquinaria tiene T años, la rata a la cual esta cambiando su valor es $\mathbf{-960 * e^{-t/5}}$ pesos por año. Si la maquinaria se compró nueva por $5200, ¿Cuál es el valor de dicha maquinaria dentro de 10 años?

5-.Un fabricante calcula que los ingresos marginales son $100q^{-1/2}$ pesos por unidad, cuando su producción es de q unidades. Se sabe que el costo marginal correspondiente es de 0,4q pesos por unidad. Suponga que la utilidad del fabricante es de $52000 cuando el nivel de su producción es de 20 unidades. ¿Cuál es la utilidad máxima? ¿Cuál es la utilidad cuando el nivel de producción es de 25 unidades?

6-. La utilidad marginal de cierto almacén es de 100 - 2X pesos por unidad, cuando se venden X unidades. Si la utilidad de tal almacén es de $70.000 cuando se venden 10 unidades, ¿Cuál es la utilidad máxima posible del almacén?

7-.El ingreso marginal de cierto almacén se expresa por $7+\dfrac{4}{X^2}+\sqrt{X}$. Si el ingreso por la venta de cuatro unidades es de $10.000, siendo X el número de unidades, calcule el ingreso por la venta de 1600 unidades.

8-.El costo marginal de cierta empresa está dado por: $7+\sqrt{X}$ y el ingreso marginal correspondiente por $2X+X^{1/2}-15$. Si la utilidad cuando se producen y se venden 100 artículos es de $100.000, calcule la utilidad que produce la comercialización de 250 artículos.

9-.Se ha calculado que dentro de T meses la población de una ciudad cambiara a razón de $12+5T^{2/3}$ personas por mes. Si la población actual es de 70.000 personas, ¿Cuál será la población dentro de 8 meses?

10-. La razón anual de consumo de agua en miles de millones de litros para la ciudad de Santander de Quilichao está dada por: $C'_{(T)} = 4T + e^{0.1T}$, donde T = 0 representa el año 2000. halle el nivel total de consumo de agua para el periodo 2000 – 2010 . si la reserva de agua es de 100 mil millones de litros y la razón de consumo anual es de $1{,}124e^{0.012T}$, en cuántos años se quedaran sin agua?