

COMBINATORIA

INTRODUCCIÓN AL TEMA.

- Enumeración de todas las posibilidades.
- Recuento directo.
- Técnicas recurrentes de enumeración.
- Identificación.

UNIDAD CENTRAL.

- Recuento.
- Recurrencia.
- Fórmulas clásicas.
- Números combinatorios.
- Codificación.

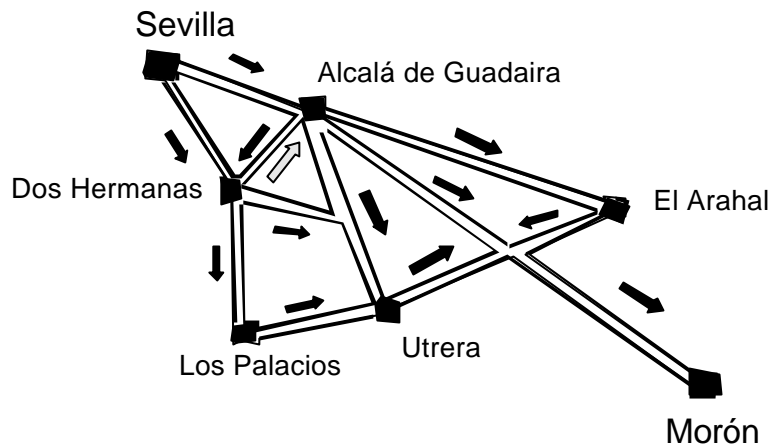
CIERRE Y AMPLIACIÓN.

- Relación álgebra-enumeración.
- Polinomios enumeradores.
- Polinomios-recuento.
- Binomio de Newton.

CAMINOS.

Un camionero quiere ir de Sevilla a Morón siguiendo siempre el sentido que indican las flechas en el plano adjunto. Describe todas las rutas que puede hacer el camionero.

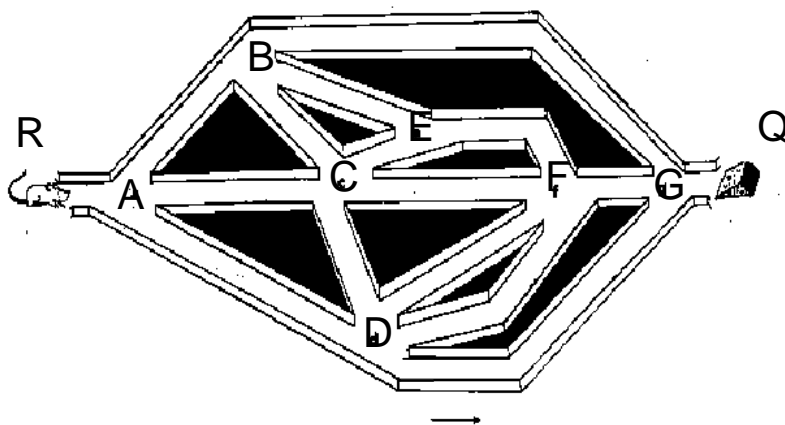
¿Cuántos viajes distintos puede hacer el camionero sin realizar dos veces la misma ruta?



LABERINTO

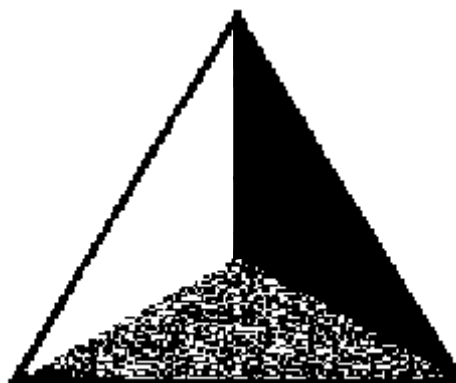
El dibujo de la figura representa un laberinto. En R se encuentra un ratón y en Q un trozo de queso. El laberinto dispone de un sistema de compuertas que sólo permite al ratón avanzar en el sentido de la flecha.

- Enumera todos los caminos posibles que puede hacer el ratón para comerse el queso.
- Si el queso está en F ¿cuáles serán los caminos?
- Si el queso sigue en Q, y en F hay una trampa, ¿cuántos caminos distintos puede hacer el ratón para comerse el queso sin ser cazado por la trampa?



ENUMERANDO POSIBILIDADES.

1.-Se quiere formar un dominó de colores con fichas triangulares (Triángulos equiláteros). Se dispone de tres colores. Forma todas las fichas posibles.



- 2.-Dibuja un octógono y enumera todas las diagonales ¿Cuántas hay?.
- 3.-A una reunión asisten 8 personas: a, b, c, d, e, f, g y h. Enumera todos los saludos posibles.
- 4.-Forma todos los productos posibles de cuatro factores con los números 2, 3 y 5.
- 5.-En una carrera de 800 m. lisos participan cuatro corredores con dorsales del 1 al 4.
- a.-Escribe todas las clasificaciones de los dos primeros.
- b.-Escribe todas las clasificaciones de los tres primeros.

RECUESTO I.

1.-La Línea de ferrocarril Sevilla-Córdoba consta de 18 estaciones. En cada billete aparece en primer lugar el nombre de la estación de partida y en segundo lugar el de la llegada. La impresión de los billetes se realiza con unas placas grabadas. ¿Cuántas placas distintas deben hacerse para cubrir toda la línea? ¿Cuántos precios distintos habrá, suponiendo que todas las distancias son distintas y que el precio depende de los Km?



- 2.-Un grupo de 20 alumnos y un profesor, realizan una excursión por la Sierra de Cazorla. Para vigilar el campamento organizan un sistema de guardias con dos personas, colocándose cada una de ellas en puntos distintos del campamento. ¿De cuántas formas distintas pueden montarse las guardias? Más tarde, se cree mejor que las dos personas estén juntas. ¿De cuántas maneras pueden organizarse ahora?
- 3.- Con las cifras 0, 1, 3, 4 y 6 ¿Cuántos números de cuatro cifras pueden formarse? ¿Cuántos de cuatro cifras distintas?

RECUESTOS II

Sugerencia: reduce el problema a otro más simple, resuelve el propuesto y trata de generalizar y de obtener una fórmula.

NOGALEROS

¿Los 18 socios de la cofradía de Nogaleros unidos (CNU) reciben en su local de Villafría de la Sierra a los 11 miembros de la Hermandad de la Buena Nuez (HBN) del pueblo vecino para hablar de sus problemas comunes.

Cuando van a saludarse, a Isidro se le ocurrió una feliz idea:

-Con cada saludo partiremos una nuez.

-¡Estupenda idea!

-¿Cuántas nueces partiremos?, preguntó Pitagorín con una sonrisa de oreja a oreja.

PARTIDAS

10 amigos, juegan tres partidas de bolos y, al final de cada uno anotan el vencedor.

¿De cuántas maneras se anotan los vencedores? (Cada partida tiene un único vencedor)

Trata de encontrar una fórmula.

AJEDREZ

Diez amigos juegan un campeonato de ajedrez en el que se reparten tres copas, a los tres primeros clasificados, de oro, plata y bronce.

¿Importa el orden en que se clasifiquen los amigos?

¿Puede un chico llevarse dos copas?

¿De cuántas formas pueden llevarse los premios?

Busca una fórmula.

INDUMENTARIAS

Una chica tiene 6 blusas, 4 pantalones y 3 pares de zapatillas. ¿Entre cuántas indumentarias distintas puede escoger para dar un paseo en bicicleta?

POLOS

¿De cuántas maneras pueden tres chicos repartirse tres polos distintos comiéndose un polo cada uno?

HELADERÍA

Tres chicos van a una heladería en la que hay 4 tipos distintos de polos. ¿De cuántas formas pueden hacer la elección si cada uno compra un polo?

RECUEENTOS III

CARRERA

Cuatro chicos participan en una carrera. Si no hay empates, ¿de cuántas formas

pueden ordenarse al llegar a la meta?

A LA EXPO

¿De cuántas formas se pueden repartir dos entradas para la Expo entre seis chicas?

¿Y tres entradas?

¿Importa el orden de elección de las chicas?

¿Es lógico que una chica reciba dos entradas?

ESTANTERÍA

¿De cuántas maneras se pueden ordenar tres libros en una estantería?

DE MAR A RAM

-Con las letras de la palabra Mar, forma todos los vocablos posibles de dos letras.

a.- Tomando las dos letras distintas

b.- Las letras se pueden repetir

¿Cuántos vocablos hay, en cada caso?

EN BICI

Diez amigos hacen una excursión en bicicleta y van en fila india ¿ de cuántas maneras distintas pueden ir ordenados en la fila?

TEST

De las 30 preguntas de que consta un test, se debe contestar a 20.

¿De cuántos modos se pueden elegir esas veinte preguntas?

Si las diez primeras son obligatorias ¿De cuántas formas se pueden elegir las otras 10?

POLÍGONOS

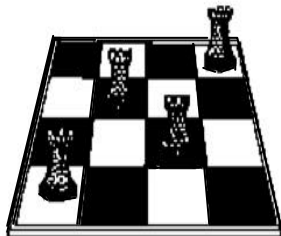
Los vértices de un polígono se unen de dos en dos mediante segmentos. Si el polígono tiene 6 vértices, ¿cuántos segmentos se pueden formar.

Si hay 45 segmentos ¿Cuántos vértices tendrá el polígono?

RECUESTO IV.

TABLERO

1.-En un tablero cuadrado de 4x4 casillas se quiere colocar 4 torres de ajedrez de forma que no se coman, es decir, de forma que en cada fila y cada columna haya una sola torre. ¿De cuántas maneras distintas podremos colocarlas? ¿En cuántas no aparece ninguna torre en las esquinas?



PERDIDO

2.-Un borracho que ha perdido completamente el sentido de la orientación se encuentra apoyado en el árbol A. Pretende ir a su casa, pero la borrachera sólo le permite hacer de una vez recorridos máximos de una etapa(hasta el árbol de al lado). En cuatro etapas, ¿Cuántos paseos distintos puede realizar?



3.-¿Cuántos subconjuntos posee el conjunto $M = \{a, b, c, d, e, f\}$?

PESADAS.

Un tendero, avaro y conservador pero buena persona, dispone de una balanza de platillos y cuatro pesas de 1, 3, 9 y 27 libras.

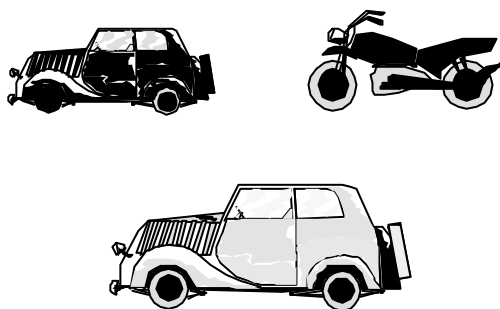
Para efectuar las pesadas tiene una lista en la que se indican el número de libras a pesar, las pesas que debe elegir y donde colocarlas. (Así por ejemplo para pesar 15 libras colocará en un platillo la pesa de 27 libras y en el otro las de 9 y 3 libras)

¿Cuántas pesadas distintas puede hacer el tendero?

EXCURSIÓN.

Un grupo de 11 personas quiere realizar una excursión. Como medio de transporte disponen de una moto (dos personas), un coche pequeño (cuatro personas) y un coche grande (cinco personas).

¿De cuántas maneras se pueden distribuir todas las personas en los vehículos?

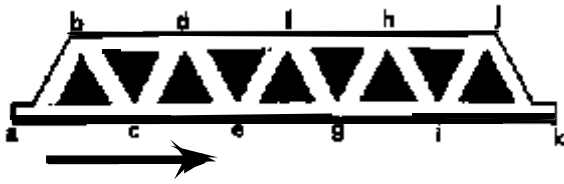


CAMINOS II

En una cuadrícula de 10×7 cuadrados ¿Cuántos caminos distintos, lo más corto posible, pueden llevar de un vértice al extremo opuesto?

CAMINOS III.

En el laberinto de la figura, ¿De cuántas maneras distintas se puede ir desde A hasta K, siguiendo el sentido de la flecha?

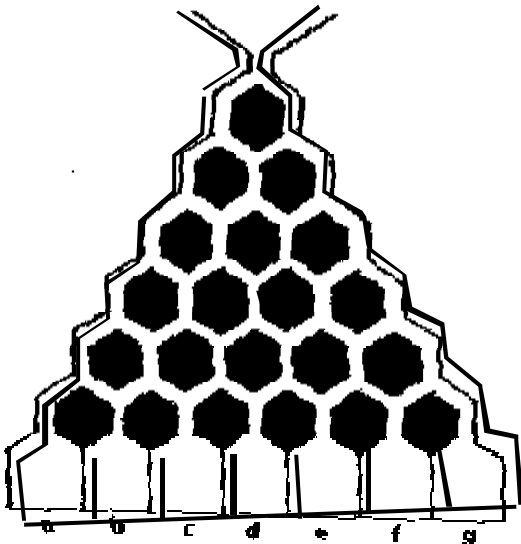


MÁS CAMINOS.

La figura representa una máquina de Galton. Una bola depositada en el embudo caerá recorriendo diversos tramos hasta llegar a uno de los compartimentos señalados.

a.- ¿Cuántos caminos distintos puede recorrer la bola para caer en el compartimento d?

b.- ¿Cuántos caminos distintos puede recorrer la bola para caer en uno cualquiera de los compartimentos?



FÚTBOL.

El resultado de un partido de fútbol fue de cinco goles a tres a favor del equipo local. ¿De cuántas maneras distintas se pudo producir este resultado?

URNAS.

¿De cuántas maneras pueden colocarse 5 bolas distintas en cuatro cajas también distintas?

CONJUNTOS.

1.-Dado el conjunto $A=[a, b, c, d, e, f, g]$:

- ¿Cuántos subconjuntos de cuatro elementos tiene?
- ¿Cuántos de 0 elementos?
- ¿Cuántos de 9 elementos?

2.-Dado el conjunto $A=[a, b, c, d, e, f, g]$:

- ¿Cuántos subconjuntos de 1 elemento tiene?. Escríbelos.
- ¿Cuántos subconjuntos de 6? Escríbelos.
- ¿Cuántos de 3? ¿Cuántos de 4?

3.-Dado el conjunto $A=[a, b, c, d, e, f, g, h]$:

- ¿Cuántos subconjuntos de 5 elementos contienen al elemento a?
- ¿Cuántos subconjuntos de 5 elementos no contienen al elemento a?
- ¿Cuántos subconjuntos de 5 elementos tiene a?

EXAMEN.

Un alumno tiene que efectuar un examen. La materia que entra en este examen consta de 12 temas, cada uno de los cuales tienen 6 preguntas. El examen consistirá en 5 preguntas elegidas de temas distintos.

- ¿De cuántas maneras distintas puede elegir el profesor los temas para el examen?
- ¿Cuántos exámenes distintos pueden ponerse?
- Si el alumno sabe 7 temas completos, ¿en cuántos exámenes aprobaría, si tiene que contestar al menos a tres preguntas?
- Si fueras ese alumno te merecería la pena presentarte al examen?

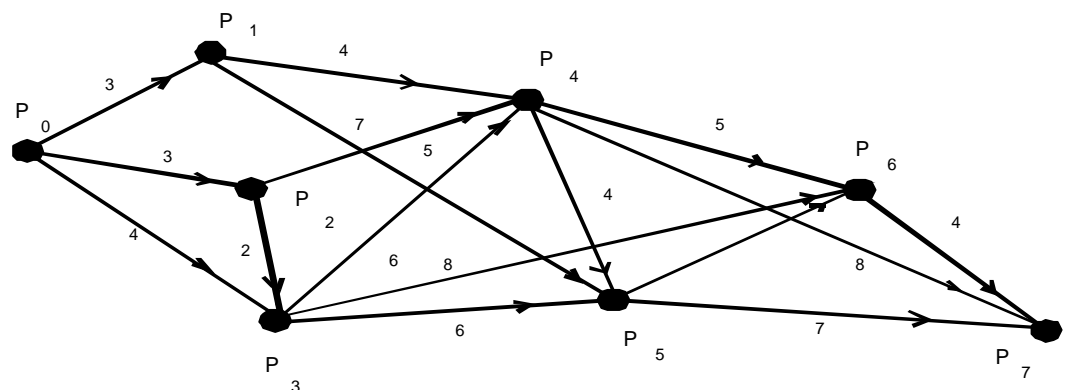
CARRETERAS.

En el siguiente esquema están representados 8 pueblos y las carreteras o caminos que los enlazan. Los números indican la longitud de los distintos tramos en kilómetros, y las flechas el sentido de avance, teniendo en cuenta que sólo se puede cambiar de dirección en los pueblos.

- Enumera todos los caminos para ir de P_0 a P_5 .
- Calcula el número de caminos para ir de P_0 a P_7 .
- Calcula el número mínimo de kilómetros que hay que recorrer para ir de P_0 a P_5 .

Describe un camino mínimo ¿Es único?

- Idem de P_0 a P_7 .



OTROS EJERCICIOS

EN LA SECRETARÍA.

Un secretario escribe cinco cartas y sus sobres correspondientes.
Si introdujera las cartas al azar, ¿de cuántas maneras distintas podría hacerlo?
¿En cuántos casos el sobre de Adolfo Navarro tendrá precisamente su carta?

SOLDADOS Y GUARDIAS.

En un barracón de un cuartel hay 16 soldados. ¿Cuántas guardias diferentes de cuatro soldados se pueden formar? Uno de los soldados se llama Juan. ¿En cuántas de estas guardias estará Juan? ¿En cuántas de ellas no estará Juan?

EL CINE.

Una familia, formada por los padres y tres hijos, van al cine. Se sientan en cinco butacas consecutivas.

- a.-¿De cuántas formas distintas pueden sentarse?
- b.-¿Y si los padres se sientan en los extremos?
- c.-¿Y si los padres deciden no sentarse en los extremos?

SEÑALES.

En cada uno de los vértices de un hexágono hay luces de distinto color. ¿Cuántas señales distintas se pueden hacer encendiendo menos de cuatro luces? (Dos señales son distintas cuando hay cambio de color).

EN EL AUDITORIO.

Un grupo de siete amigos tiene sólo cuatro entradas para un concierto en el Auditorio de la Maestranza. ¿De qué maneras pueden repartirlas?

- a) Las entradas son numeradas.
- b) Las entradas son sin numerar.

LA ESTANTERÍA.

Tenemos 8 libros en una estantería ¿De cuántas formas los podemos colocar si tres de ellos tienen la misma funda azul y cinco la tienen blanca?