

## TABLA CLAVE PARA LOS ESPEJOS CONCAVOS

OBJETO	IMAGEN				
POSICION	POSICION	CLASE	ORIENTACION	TAMAÑO	AUMENTO
$S > R$	$R > S^1 > F$	REAL	INVERTIDA	MENOR	$A < 1$
$S = R$	$S^1 > R$	REAL	INVERTIDA	IGUAL	$A = 1$
$R > S > F$	$S^1 > R$	REAL	INVERTIDA	MAYOR	$A > 1$
$S > F$	En el infinito	_____	_____	_____	_____
$F > S$	$S^1 > 0$	VIRTUAL	DERECHA	MAYOR	$A > 1$

## TABLA PARA ESPEJOS CONVEXOS

OBJETO	IMAGEN				
POSICION	POSICION	CLASE	ORIENTACION	TAMAÑO	AUMENTO
CUALQUIERA	CUALQUIERA	VIRTUAL	DERECHA	MENOR	$A < 1$

Quien no esta iniciado en la matemática, se estremece al oír hablar del mundo de cuatro dimensiones y sus temores no difieren de aquellos que despierta el pensar en cosas de otro mundo. Sin embargo, no existe proposición más trivial que aquella de que el mundo en que vivimos es un continuo espacio temporal de cuatro dimensiones.

**Albert Eintein.**

## PROPUESTOS DE FISICA

1- Dos fuerzas de 21 y 28 N están sobre un cuerpo formando entre si un ángulo recto, la fuerza resultada vale, en m.

- A. 0      B. 7      C. 35      D. 49

2- Un coche recorre una distancia **AB** con una velocidad de 80km/h. La velocidad media del viaje completo fue:

- A. 60 km/h      B. 68,6 km/h  
C. 70 km/h      D. 80 km/h

3- Se lanza un proyectil con una velocidad inicial de 40 m/s. ¿Cuál es el ángulo de tiro para alcanzar un punto situado a 100 m?

- A. 15° y 20°      B. 15° y 75°  
C. 30° y 75°      D. 30° y 75°

4- Del mismo punto parten dos móviles, uno con una aceleración nula y una velocidad de 180 km/h. El otro tiene una aceleración constante de 80 cm/seg<sup>2</sup> y parte del reposo. Cuándo los separan 3.525mts, el tiempo transcurrido es:

- A. 7,5 y 11,5 s.      B. 15 y 125 s.  
C. 25 y 150 s.      D. 30 y 155 s.

5- Un móvil parte del reposo con una aceleración de 1 m/s<sup>2</sup>. Al cabo de 10 segundos, un segundo móvil parte a su alcance desde el mismo punto y con una aceleración de 2 m/s<sup>2</sup> y una velocidad inicial de 12 m/s. El tiempo que tarda en alcanzarlo es:

- A. 10 s.      B. 12 s.  
C. 15 s.      D. 20 s.

6- Se lanza verticalmente hacia arriba una roca, y a los 5 segundos si la velocidad se ha reducido a la mitad, la velocidad inicial dada a la roca es, en m/s:

- A. 40m/s      B. 60m/s  
C. 80m/s      D. 100m/s

7- ¿Con que ángulo respecto a la horizontal ha de lanzarse un proyectil, que con una

velocidad de 100m/seg, golpee el suelo 9 segundos después a 0,4 Km. Del sitio de lanzamiento?

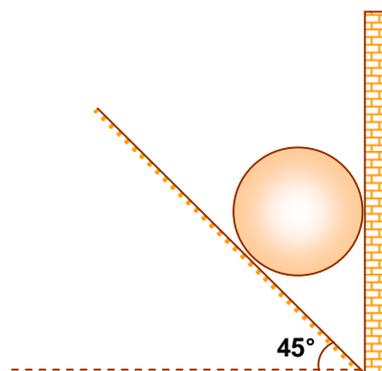
- A. 37°      B. 40°  
C. 50°      D. 53°

8- desde una altura de 800mts se lanza una roca con una velocidad de 50m/s formando un ángulo de 37° por debajo de la horizontal, la distancia horizontal recorrida es, en m.

- A. 200      B. 300  
C. 400      D. 500

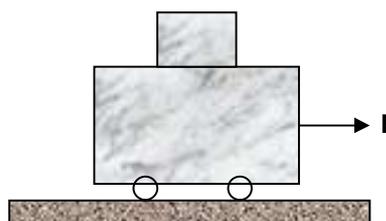
9- Un esfera que pesa 50NT descansa sobre una superficie muy lisa como se muestra en la figura. Las reacciones de la pared y el plano son, en m.

- A. 30 y 80      B. 50 y 71,4  
C. 45 y 74,5      D. 60 y 70



10- Un bloque de masa 2 kg descansa sobre otro de masa 8 kg como se muestra en el siguiente grafico. El coeficiente máximo de rozamiento estático es 0,4. No hay fricción entre las ruedas y el suelo. La fuerza mínima que debe aplicarse al bloque mayor para que el menor empiece a deslizarse es, en N.

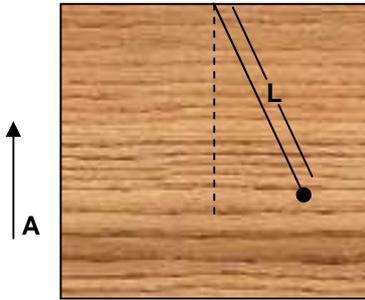
- A. 1      B. 4  
C. 10      D. 40





en longitud del péndulo es 1 metro el promedio del péndulo es, en  $s^2$ .

- A. 1 s.
- B. 1,57 s.
- C. 2,5 s.
- D. 2,53 s.

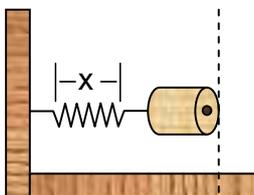


19- Se tienen dos planos inclinados de igual altura pero de diferente ángulo de inclinación. A lo largo de estos planos se deslizan sin rozamiento dos cuerpos que parten del reposo. De lo anterior concluimos.

- A. Los cuerpos invierten mismo tiempo en bajar.
- B. Los cuerpos llegan al suelo con igual velocidad.
- C. El cuerpo del plano mas inclinado recorre mayor espacio.
- D. El campo del plano de menor pendiente emplea menos tiempo en bajar.
- E. Ninguna de las anteriores.

20- En el extremo libre de un resorte de constante de elasticidad 1 N/m, se sujeta una copa como se muestra. En la copa se introduce una bola, se comprime el resorte 20 cm y luego se libera. Si la masa de la copa es de 100 g y la masa de la bola es de 60 g, el tiempo que tarda la bola en separarse de la copa es: en segundos:

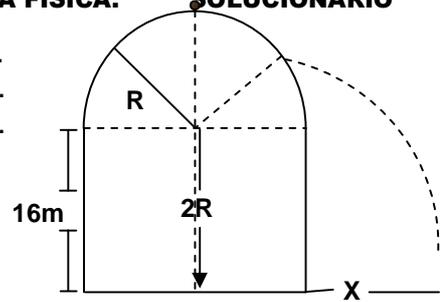
- A. 0,63
- B. 0,92
- C. 0,98
- D. 1,2



21- La siguiente gráfica se refiere a un cuerpo que parte del reposo del edificio en forma de cúpula. Se requiere saber la distancia horizontal que recorre el cuerpo a partir de la base del edificio. No hay rozamiento.

- A. 5,8 m.

- B. 6,4 m.
- C. 7,8 m.
- D. 8,2 m.



22- Sobre un plano horizontal descansa un cuerpo que toma forma de plano inclinado. Con este cuerpo de masa 1kg., choca elásticamente una esfera de masa 0,36 kg., que ha sido lanzada horizontalmente con una velocidad de 10m/s. A causa del choque la esfera rebota verticalmente, la velocidad con que inicia el ascenso es, en m/s.

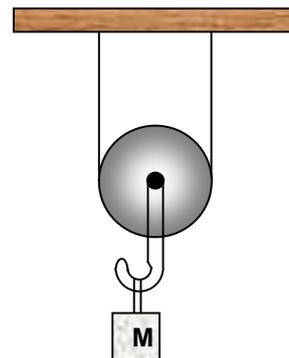
- A. 5
- B. 6
- C. 7
- D. 8

23- Un trineo de 6 kg. Avanza sobre el hielito con una velocidad de 9cm/s, cuando se cae verticalmente un paquete de 12 kg. Después de ese choque la velocidad del trineo es, en m/s:

- A. 3
- B. 6
- C. 9
- D. 12

24. En la siguiente gráfica, la polea pesa 2 kg. El bloque es de 30 kg. El diámetro

- A. 16
- B. 30
- C. 32
- D. 64



25- En un cubo de acero macizo, viaja desde su centro una onda longitudinal y una transversal, la onda de menor velocidad es:

- A. La transversal.
- B. La longitudinal.
- C. Tiene igual velocidad.
- D. Faltan datos.

26- De las siguientes perturbaciones no se puede polarizar:

- A. La propagación de la compresión de un muelle.  
 B. Los rayos X.  
 C. La vibración de una cuerda.  
 D. La vibración de un diapasón.

27- Si el agua del mar se cambiase por mercurio, la velocidad de las olas.

- A. Aumenta  
 B. Disminuye  
 C. No se altera  
 D. Se hace cero

28- Nos permite reconocer la fuente sonora.

- A. El tono  
 B. La frecuencia  
 C. El timbre  
 D. La intensidad

29- Se tiene un cono truncado cuyas bases tienen radios de 10 y 20 cm. Si la altura es de 30 cm. que presión el que lo llena, si descansa en la base menor.

- A. 7425 g  
 B. 8520 g  
 C. 9420 g  
 D. 9625 g

30- Un objeto para en el área 10 gramos y en petróleo de peso específico 0,8, pesa 8 gramos. El peso específico del objeto es:

- A. 1  
 B. 2  
 C. 3  
 D. 4

31- Un objeto que pesa 1360 gramos flota en agua. ¿Cuántos centímetros cúbicos desaloja si flota en mercurio?

- A. 10  
 B. 100  
 C. 200  
 D. 900

32- Dentro de una mina se deja caer un objeto, y el sonido del choque entra el suelo se escucha 1,5 segundos después. Si la velocidad del sonido es 340m/s. La profundidad de la mina es, en metros,

- A. 320  
 B. 430  
 C. 510  
 D. 620

33- Si  $I_0$  es la intensidad de audición mínima, y se duplica el nivel de intensidad variando la intensidad de  $I_1$  a  $I_2$  podemos, afirmar.

$$A. I_1 = \sqrt{I_0 I_2}$$

$$B. I_0 = \sqrt{I_1 I_2}$$

$$C. I_2 = \sqrt{I_0 I_1}$$

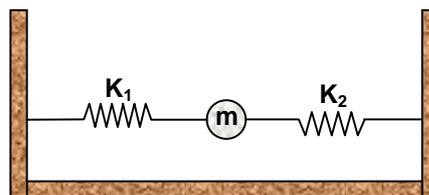
$$D. I_1 = \frac{I_2}{I_1}$$

34- Una cuerda de violín tiene una masa de 2 gramos y una longitud de 50 cm. La cuerda emite un sonido de 440 ciclos/s. ¿A que distancia a partir de un extremo debe colocar los dedos el violinista para aumentar la frecuencia en 80 vibraciones/s?

- A. 6,4 cm  
 B. 8,8 cm  
 C. 10,6 cm  
 D. 14,2 cm

35. En el sistema de la figura las constantes de elasticidad de los resortes son 1,5 y 2,5 N/m respectivamente, la masa unida a los resortes es, de 100 gramos. El periodo de oscilación de la masa es; el sentido horizontal es, en s:

- A.  $\pi$   
 B.  $\pi/2$   
 C.  $\pi/4$   
 D.  $2\pi$



36- Un espejo cóncavo da una imagen real de un objeto colocado a 80 cm del espejo. La imagen se halla a 60 cm del objeto, el radio de curvatura del espejo es, en cm.

- A. 16  
 B. 32  
 C. 40  
 D. 48

37- Un objeto se halla a 30 cm de un espejo cóncavo, luego se coloca a 20 cm del espejo, si el radio del espejo es 20 cm, la imagen se aleja, en cm.

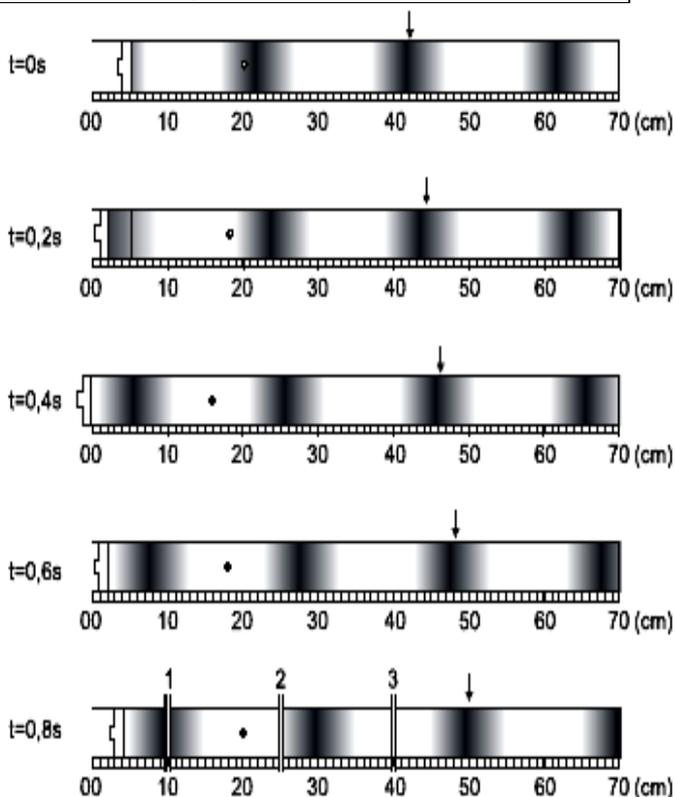
- A. 5  
 B. 10  
 C. 15  
 D. 20

38- Se busca proyectar sobre una pantalla la imagen dada por un espejo cóncavo. La distancia del objeto a la pantalla es de 10 m y se busca un aumento lateral de 3. La posición del objeto y el radio del espejo son respectivamente, en m.

- A. 5 y 7,5  
 B. 6 y 8  
 C. 6 y 10  
 D. 6,5 y 8,5

**RESPONDA LAS PREGUNTAS 39 A 41 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN**

En el extremo izquierdo de un tubo abierto, un pistón se mueve con movimiento armónico simple. El siguiente diagrama corresponde a cinco estados consecutivos del sistema en los tiempos indicados. En cada imagen la flecha señala la posición de la "cresta" de la onda generada y el punto representa la posición de una molécula de gas que en  $t = 0$  segundos está en su posición de equilibrio.



39-. La velocidad de la onda es

- A. 0,1 m/s
- B. 0,25 m/s
- C. 1 cm/s
- D. 2,5 cm/s

40-. Si  $T$  es el periodo de la onda, el intervalo de tiempo entre dos imágenes sucesivas de la gráfica corresponde a

- A.  $T/2$
- B.  $T$
- C.  $T/4$
- D.  $T/8$

41-. En la imagen que corresponde a  $t = 0,8$  s las regiones que se encuentran a mínima y máxima presión son, respectivamente

- A. 1 y 3
- B. 3 y 1
- C. 3 y 2
- D. 1 y 2

42. Una persona hipermétrope no puede ver con nitidez objetos cercanos. Tres estudiantes explican el defecto óptico y dan solución a éste de la siguiente manera:

Estudiante 1: sucede, porque la imagen se forma detrás de la retina y se corrige con una lente convergente

Estudiante 2: sucede, porque la imagen se forma delante de la retina y se corrige con una lente divergente

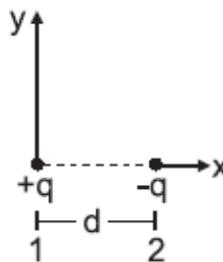
Estudiante 3: sucede, porque la imagen se forma delante de la retina y se corrige con una lente convergente

El análisis de estas afirmaciones permiten concluir que

- A. las explicaciones de 2 y 3 son correctas pero la solución de 3 no lo es
- B. la explicación de 1 y su solución son correctas
- C. la explicación de 3 y su solución son correctas
- D. la explicación de 2 y su solución son correctas

**RESPONDA LAS PREGUNTAS 43 y 44 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN**

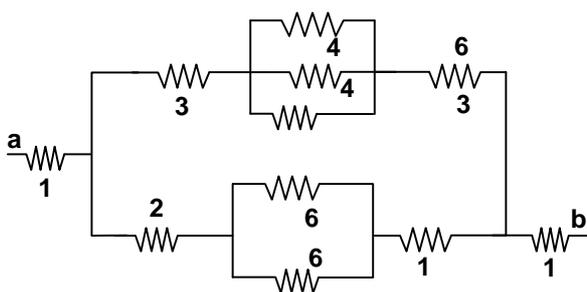
La figura muestra dos partículas cargadas (1 y 2) en donde la partícula 1 está fija.



43-. En estas condiciones es cierto que  
 A. la fuerza electrostática sobre 2 vale cero, porque la carga neta es cero  
 B. para mantener a 2 en reposo se debe ejercer sobre ella una fuerza de valor  $\frac{kq^2}{d^2}$  en la dirección positiva del eje x  
 C. la distancia d puede variar sin que se modifique la fuerza eléctrica de q sobre -q  
 D. es posible mantener a 2 en reposo ejerciendo sobre ella una fuerza mayor en magnitud a  $\frac{kq^2}{d^2}$ , formando un ángulo  $\theta$  apropiado con el eje x

44-. Si sobre la partícula 2 se ejerce una fuerza **F** paralela al eje **X** tal que la distancia entre 1 y 2 aumenta linealmente con el tiempo, es cierto que  
 A. la fuerza neta sobre 2 es cero en todo instante  
 B. como la interacción eléctrica disminuye, el valor de F aumenta  
 C. el movimiento de 2 es uniformemente acelerado debido a la interacción eléctrica con la partícula 1  
 D. el valor de F permanece constante

45- La resistencia equivalente del siguiente circuito, si las resistencias traen valores en ohms vale:  
 A. 2Ω    B. 3Ω    C. 4Ω    D. 5Ω



46-. Cuando caminamos sobre una superficie con fricción, se presenta una fuerza de rozamiento entre los zapatos y el suelo, respecto a esta fuerza podemos asegurar que:  
 A) Va en sentido contrario al movimiento del caminante y es rozamiento estático  
 B) Va en sentido contrario al movimiento del caminante y es rozamiento dinámico

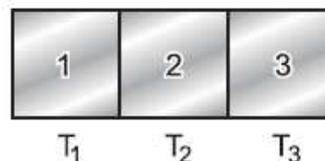
C) Va en el mismo sentido del movimiento del caminante y es rozamiento estático  
 D) Va en el mismo sentido del movimiento del caminante y es rozamiento dinámico

47-. De las siguientes temperaturas de 1 litro de agua a presión de 1 bar, la menor es  
 A. 273 K    B. 32°F  
 C. -5°C    D. 250 K

**RESPONDA LAS PREGUNTAS 48 A 50 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN**

Se tienen tres cuerpos iguales aislados del medio ambiente, a temperatura T1, T2 y T3, tales que T1 > T3 > T2.

Se ponen en contacto como lo muestra la figura

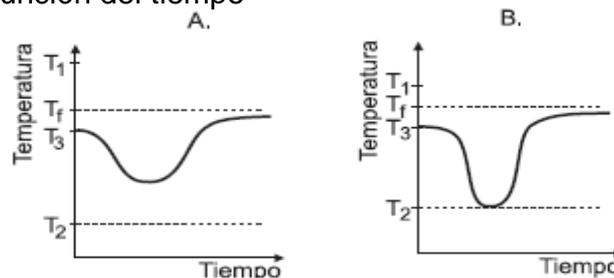


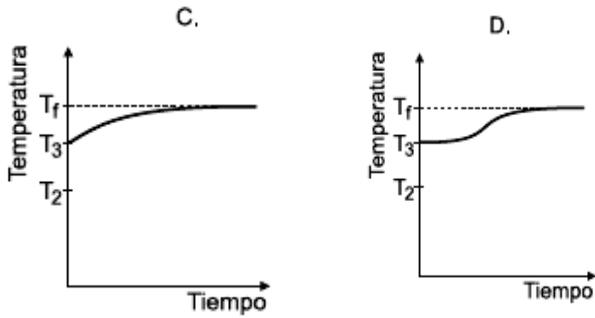
48-. Inicialmente es correcto afirmar que  
 A. 1 cede calor a 2 y 2 cede calor a 3  
 B. 1 cede calor a 2 y 3 cede calor a 2  
 C. 2 cede calor a 1 y 3 cede calor a 2  
 D. 2 cede calor a 1 y 2 cede calor a 3

49-. Si la capacidad calorífica del cuerpo 1 es C, el calor que éste cede al cuerpo 2 hasta alcanzar la temperatura de equilibrio Tf vale

- A. C (T3 - T2)
- B. C (Tf - T2)
- C. C (T1 - Tf - T3)
- D. C (T1 - Tf)

50-. Al cabo de cierto tiempo los cuerpos alcanzan una temperatura constante Tf tal que T3 < Tf. La gráfica que mejor representa la temperatura del cuerpo 3 en función del tiempo





**RESPONDA LAS PREGUNTAS 51 A 53 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN**  
 Un globo de aire caliente controla su altura arrojando sacos de lastre que contienen distintos materiales

51-. Se deja caer un saco de lastre que contiene arena, el cual llega al piso con cierta rapidez, mientras el globo se eleva lentamente y pronto se detiene. En ese instante se deja caer otro saco de lastre que llega al piso con el cuádruple de la rapidez en comparación con la del primero. La altura que tenía el globo al soltar el segundo saco en comparación con la que tenía al soltar el primero era

- A. Un medio de la altura inicial
- B. 4 veces la altura inicial
- C. 8 veces la altura inicial
- D. 16 veces la altura inicial

52-.



Un automóvil se desplaza hacia la izquierda con velocidad constante, en el momento en que se deja caer un saco de lastre desde un

globo en reposo. El vector que representa la velocidad del saco vista desde el automóvil en ese instante en que se suelta es

- A. B. C. D.

53-. El vector que corresponde a la velocidad del saco, vista desde el automóvil, en el instante en que el saco ha descendido 20 m, es el mostrado en



- A. B. C. D.

**RESPONDA LAS PREGUNTAS 54 Y 55 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN**

La esfera 1 se mueve con velocidad constante a lo largo del eje X dirigiéndose al origen. En el eje Y oscila otra esfera, 2, con período T, cuya posición de equilibrio es el origen. Inicialmente, cuando 2 está en el origen, 1 está en  $X = -L$

54-. La máxima rapidez que puede tener 1 para que choque con 2, es igual a

- A.  $\frac{L}{2T}$
- B.  $\frac{L}{T}$
- C.  $\frac{2L}{T}$
- D.  $\frac{4L}{T}$

55-. Siendo n un entero, de las siguientes la expresión que expresa todas las rapidezces posibles para que 1 choque con 2 es

- A.  $\frac{L}{2nT}$
- B.  $\frac{L}{nT}$
- C.  $\frac{2L}{nT}$
- D.  $\frac{4L}{nT}$

56-. Sobre la superficie terrestre el período de oscilación de un péndulo es T. Se lleva ese péndulo a un planeta en donde su período de oscilación es igual a 2T. La aceleración gravitacional en la superficie de ese planeta es igual a ( $g$  terrestre = 10  $m/s^2$ )

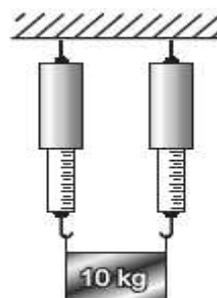
- A. 20.0  $m/s^2$
- B. 10.0  $m/s^2$
- C. 5.0  $m/s^2$
- D. 2.5  $m/s^2$

57-. Cuando la ventana de una habitación se encontraba abierta, la cortina de la habitación se salió parcialmente por la ventana. El anterior hecho pudo haber sucedido, porque la velocidad del aire

- A. afuera de la habitación es mayor que la de adentro y la presión adentro es menor que la de afuera
- B. adentro de la habitación es mayor que la de afuera y la presión afuera es menor que la de adentro
- C. afuera de la habitación es mayor que la de adentro y la presión afuera es menor que la de adentro
- D. adentro de la habitación es menor que la de afuera y la presión afuera es mayor que la de adentro

- C. afuera de la habitación es mayor que la de adentro y la presión afuera es menor que la de adentro
- D. adentro de la habitación es menor que la de afuera y la presión afuera es mayor que la de adentro

58-.

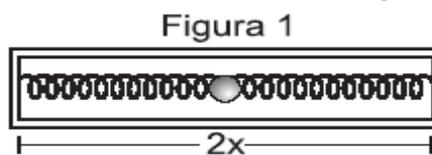


De dos dinamómetros iguales cuelga un cuerpo de masa 10 kg, como se muestra en la figura. La lectura de cada dinamómetro es

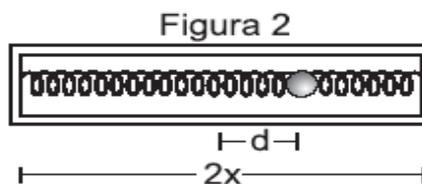
- A. 50 N
- B. 5 N
- C. 10 N
- D. 100 N

**RESPONDA LAS PREGUNTAS 59 A 61 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN**

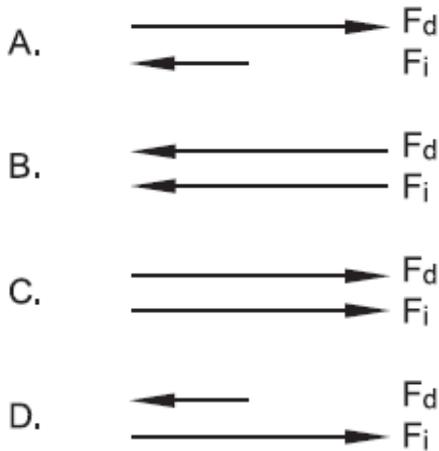
Dos resortes idénticos cuya constante elástica es k y longitud natural es x se introducen, atados por una esfera pequeña de masa m, en un cilindro sin fricción de longitud 2x como se indica en la figura 1.



59-. La esfera se desplaza una distancia d hacia la derecha como se indica en la figura 2. Los vectores que representan las fuerzas ejercidas por los resortes son



(  $F_d$  = fuerza ejercida por el resorte de la derecha,  $F_i$  = fuerza ejercida por el resorte de la izquierda)



60-. En estas condiciones la esfera puede oscilar horizontalmente. Su período de oscilación es

- A.  $2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$
- B.  $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$
- C.  $\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$
- D.  $\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

61-. Suponga que el cilindro se coloca verticalmente. De las siguientes afirmaciones

- I. La masa permanece en reposo en la mitad del cilindro
  - II. La masa oscila debido únicamente a su peso
  - III. La posición de equilibrio de la masa está debajo de la mitad del cilindro
- Son correctas  
 A. las tres                      B. la II y la III  
 C. únicamente la I            D. únicamente la III

62-. Una esfera suspendida de un hilo se mueve pendularmente como lo indica la figura 1.

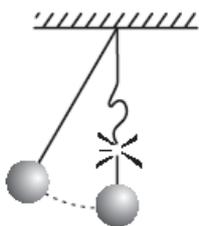
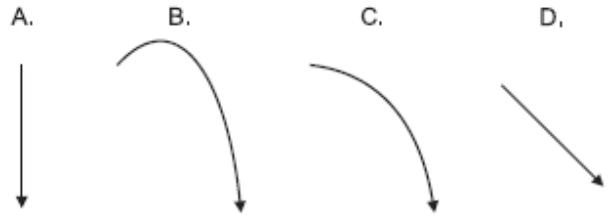


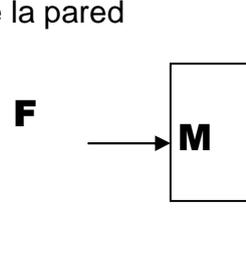
Figura 1

Cuando pasa por su punto más bajo el hilo se revienta. La trayectoria descrita por la esfera es la mostrada en

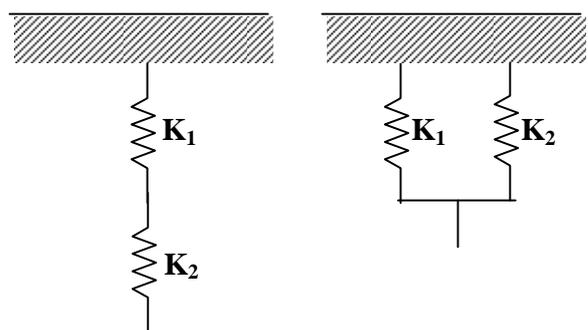


63-. Un ladrillo de masa  $M$  se sostiene contra una pared por medio de una fuerza  $F$ , numéricamente igual al peso del ladrillo. Si el coeficiente de rozamiento es igual a 0,5 se espera que el ladrillo:

- A. Se mantenga estático
- B. Baje con velocidad constante
- C. Baje con aceleración constante
- D. baje con aceleración constante y se despegue de la pared



Las preguntas 64 a 66 se responden de acuerdo a dos resortes de constantes  $K_1$  y  $K_2$  y de masas despreciables que se pueden disponer en serie o en paralelo:



64-. La constante del sistema serie es:

- A)  $K_2 - K_1$
- B)  $K_2 + K_1$
- C)  $\frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2}$
- D)  $\frac{K_1 + K_2}{K_1 K_2}$

65-. La constante del sistema en paralelo es:

- A)  $K_2 - K_1$                       B)  $K_2 + K_1$   
 C)  $\frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2}$                   D)  $\frac{K_1 + K_2}{K_1 K_2}$

66-. Si  $K_1 = 3 \text{ N/m}$ ,  $K_2 = 2K_1$  y una masa de 2 Kg. se hace oscilar en el sistema serie el periodo es:

- A)  $\pi/2$                                       B)  $\pi$   
 C)  $2\pi$                                         D)  $4\pi$

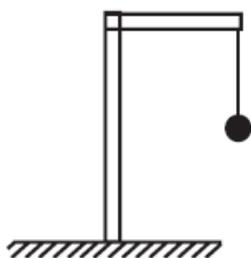
**RESPONDA LAS PREGUNTAS 67 Y 68 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN**

La lectura del peso de una persona en una báscula es el valor de la fuerza normal aplicada sobre ella. Imaginemos que la Tierra rota con una rapidez angular tal que sobre su ecuador toda báscula marca cero sin importar el objeto colocado sobre ella.

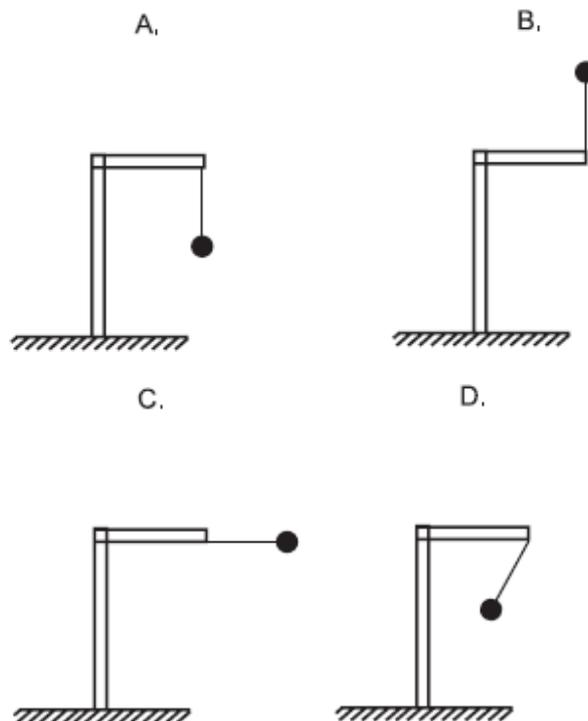
67. La duración del día sería aproximadamente 1 hora y 23 minutos. Como función del radio de la tierra R y su aceleración gravitacional g, este tiempo se puede expresar como:

- A.  $2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$                       C.  $2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$   
 B.  $2\pi\sqrt{\frac{R}{2g}}$                       D.  $\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$

68. Imaginemos ahora que sobre el ecuador tenemos una esfera suspendida de un hilo, como muestra la figura.

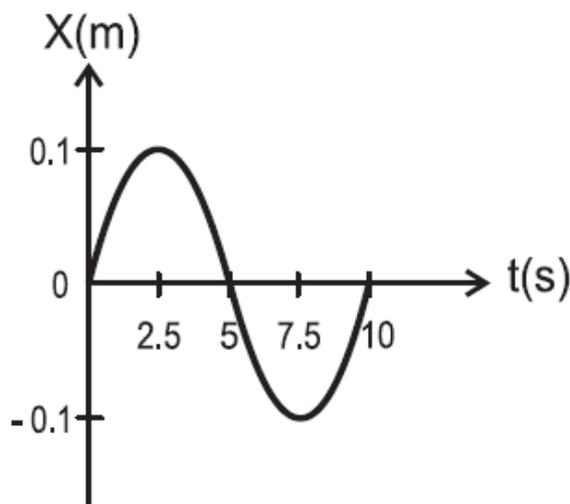


Si la velocidad angular del planeta pasa a un valor mayor que el correspondiente a la situación cuando toda báscula sobre el ecuador marca cero, la posición de la esfera será:



**RESPONDA LAS PREGUNTAS 69 Y 70 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN**

La siguiente es la gráfica de la posición (x) como función del tiempo de una esfera que se mueve sobre una línea recta



69. De la gráfica se concluye que la longitud total recorrida por la esfera entre  $t = 2,5$  y  $7,5$  segundos es:

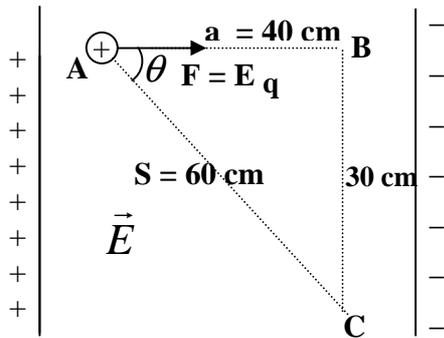
- A. 0
- B. 0.2 m
- C. 0.1 m
- D. 0.5 m

70. En condiciones normales la posición de la esfera en  $t = 50$  segundos es

- A. 0
- B. 0.2 m
- C. 0.1 m
- D. 0.5 m

Las preguntas 71 a 73 se responden de acuerdo a:

Entre las dos placas cargadas, que se muestran en la siguiente figura, existe un campo uniforme  $E = 10^6$  N/cul. Una carga  $q = 10^{-5}$  cul, se sitúa en A.



71. El trabajo que realiza el campo para llevar la carga de A hasta B y después hasta C, es, en julios:

- A) 2
- B) 4
- C)  $4 \cdot 10^2$
- D)  $4 \cdot 10^5$

72-. El trabajo que realiza el campo para llevar la carga de A hasta C es, en julios:

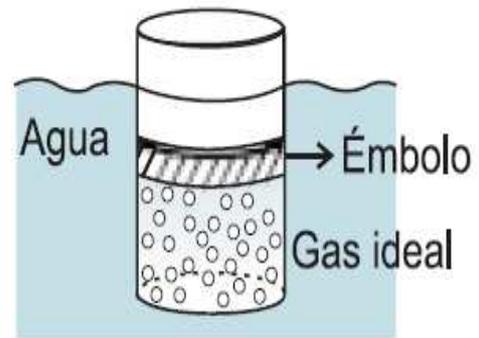
- A) 2
- B) 4
- C)  $4 \cdot 10^2$
- D)  $4 \cdot 10^5$

73-. La diferencia de potencial entre A y C es, en voltios:

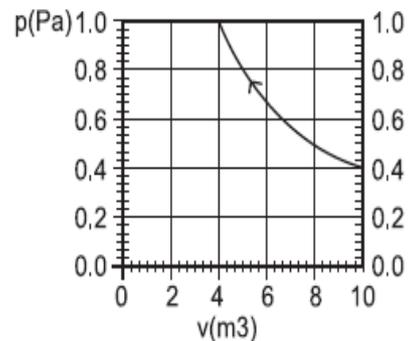
- A) 2
- B) 4
- C)  $4 \cdot 10^2$
- D)  $4 \cdot 10^5$

**RESPONDA LAS PREGUNTAS 74 A 76 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN**

Un cilindro contiene cierta cantidad de gas atrapado mediante un émbolo de masa M que puede deslizarse sin fricción. Este conjunto se va sumergiendo muy lentamente con rapidez constante en agua como se muestra en la figura, mientras todo el conjunto se mantiene a  $20^\circ\text{C}$ .



La gráfica de la presión (P) contra el volumen del gas encerrado (V) se muestra a continuación:



74-. Durante los primeros instantes, la gráfica cualitativa de la presión como función del tiempo es

A. B.

C. D.

**DANIE!**

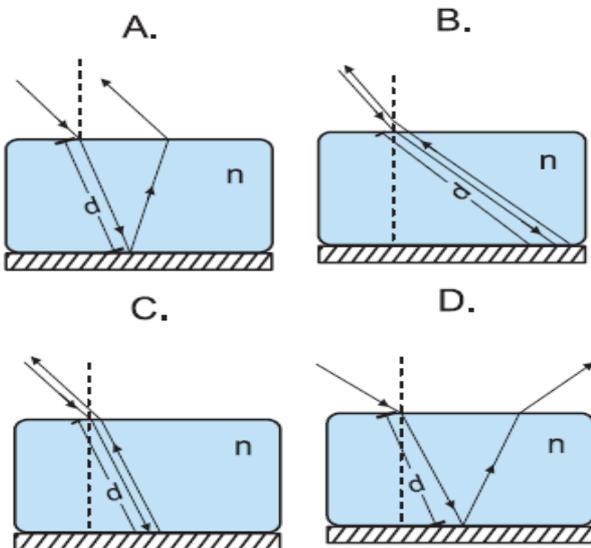
75-. Con respecto al trabajo realizado sobre el gas, mientras su volumen pasa de  $10 \text{ m}^3$  a  $4 \text{ m}^3$ , es acertado afirmar que es:

- A. menor que 1,8 Joules
- B. casi igual a 4 Joules
- C. un valor entre 3 Joules y 3,5 Joules
- D. mucho mayor que 4 Joules

76-. El trabajo realizado sobre el gas es igual a:

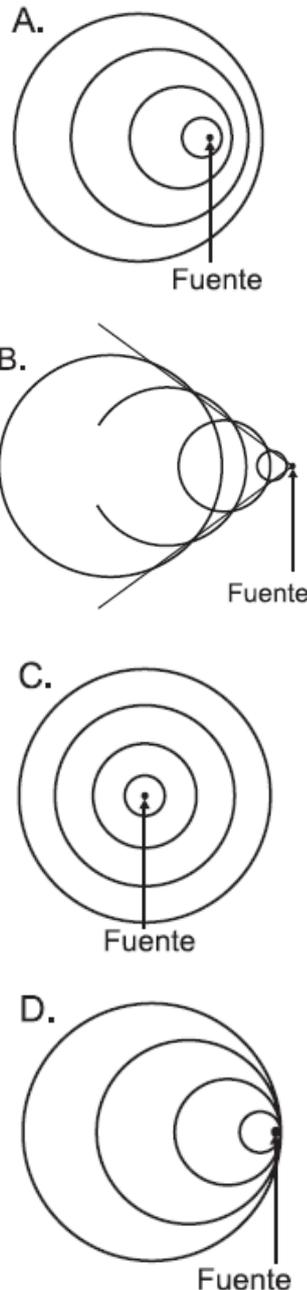
- A. el calor cedido por el gas durante el proceso
- B. el cambio en la energía interna del gas durante el proceso
- C. el calor proporcionado al gas durante el proceso
- D. la energía cinética promedio de las moléculas del gas

77-. Un rayo de luz incide sobre un bloque de hielo transparente que está colocado sobre un espejo plano. De los siguientes, el que representa adecuadamente el correspondiente esquema de rayos luminosos, es:



78-. Cuando una fuente sonora se mueve con una velocidad mayor que la velocidad de propagación del sonido en el medio se genera una onda de choque, que se escucha como una explosión, porque las crestas de varias ondas se superponen. De las siguientes figuras ¿cuál podría ilustrar el fenómeno en el cual, una fuente

perturbadora se mueva a idéntica velocidad que el medio?



79-. La caja de la guitarra tiene una forma que favorece la resonancia del aire con la onda sonora producida por la cuerda de la guitarra. Supongamos que la guitarra tuviera una caja cuadrada en lugar de la caja actual, es correcto afirmar que en relación a una guitarra normal:

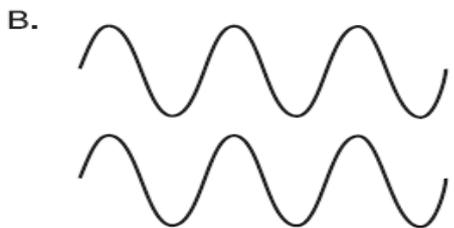
- A. la amplitud del movimiento de las partículas del aire es menor, cambiando la intensidad del sonido producido

- B. la longitud de onda del sonido disminuye modificando el tono del sonido escuchado
- C. la velocidad de propagación de la onda aumenta variando la intensidad del sonido percibido
- D. la frecuencia de la onda disminuye aumentando el tono del sonido percibido

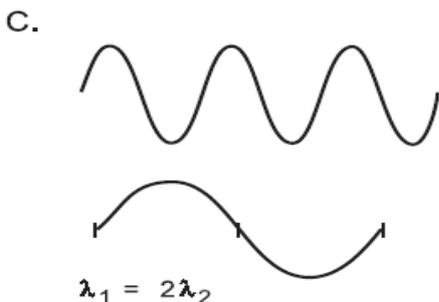
80-. En una cuerda 1, sujeta a una tensión T se generan ondas armónicas de frecuencia  $f = 3\text{Hz}$ . En otra cuerda 2 idéntica y sujeta a la misma tensión que la cuerda 1 se genera una onda con frecuencia  $2\text{Hz}$ . Las ondas tienen amplitudes iguales. La figura que ilustra las formas de las cuerdas en un instante dado es:



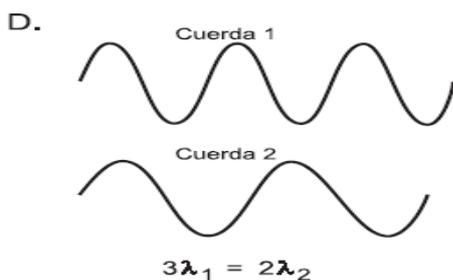
$$2\lambda_1 = 3\lambda_2$$



$$\lambda_1 = \lambda_2$$

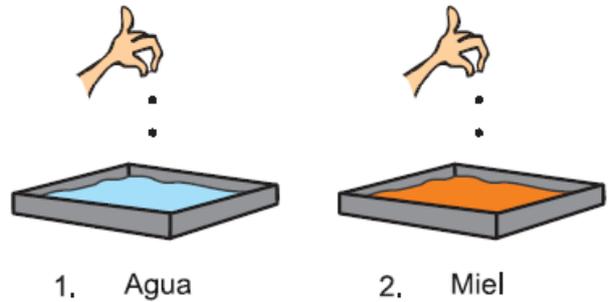


$$\lambda_1 = 2\lambda_2$$



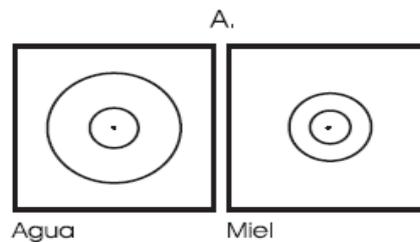
$$3\lambda_1 = 2\lambda_2$$

**CONTESTE LAS PREGUNTAS 81 Y 82 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN**

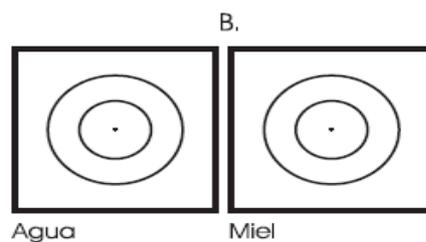


En dos bandejas 1 y 2 idénticas se sueltan dos piedritas a intervalos iguales de tiempo. La bandeja 1 está llena con agua y la bandeja 2 con miel. Simultáneamente se toman fotografías de cada bandeja.

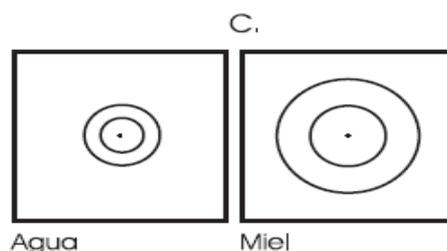
81-. La figura que mejor ilustra las formas de las ondas generadas en las superficies de los fluidos, es:



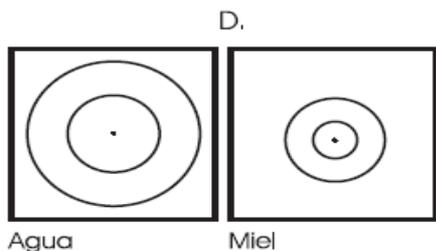
Agua Miel



Agua Miel



Agua Miel



82-. Comparando las características de las ondas generadas en el agua y en el aceite se puede afirmar que las que se generan en agua se propagan con:

- A. mayor frecuencia que las ondas en la bandeja 2
- B. mayor longitud de onda que las ondas en la bandeja 2
- C. igual longitud de onda que las ondas en la bandeja 2
- D. menor rapidez que las ondas en la bandeja 2

83-. La siguiente tabla muestra la velocidad de propagación del sonido en diferentes materiales, que se encuentran a diferentes temperaturas.

	Material	Temperatura (°C)	Velocidad (m/s)
1	Hule vulcanizado	0	54
2	Vapor de agua	0	401
3	Helio líquido	0	970
4	Agua dulce	25	1493
5	Agua dulce	30	1496
6	Agua de mar	20	1513

De acuerdo con los datos de la tabla, tres estudiantes hacen las siguientes afirmaciones:

**Estudiante 1:** Si la temperatura de un mismo material se aumenta, la rapidez del sonido aumenta siempre y cuando se mantenga la misma presión.

**Estudiante 2:** La velocidad de propagación del sonido no sólo depende de la temperatura, ya que en distintos materiales, sometidos a la misma temperatura, la rapidez de propagación del sonido es diferente.

**Estudiante 3:** Es muy probable que la rapidez de propagación del sonido en el agua de mar a 30°C y a una atmósfera de

presión, sea mayor que el agua dulce en esas mismas condiciones.

¿Cuál o cuáles de estas afirmaciones de los estudiantes es más congruente (s)?

- A. Las de los tres
- B. las de los estudiantes 1 y 2
- C. sólo la del estudiante 3
- D. las de los estudiantes 1 y 3

**LAS PREGUNTAS 84 Y 85 SE RESPONDEN DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN:**

En un cierto punto 1 de un tubo de sección transversal  $A_1$ , la velocidad del fluido es  $V_1$ . En otro punto 2 situado a una distancia  $h$  por debajo del primer punto, la sección es tres veces menor y la velocidad es  $V_2$ . la presión es la misma en los dos puntos.

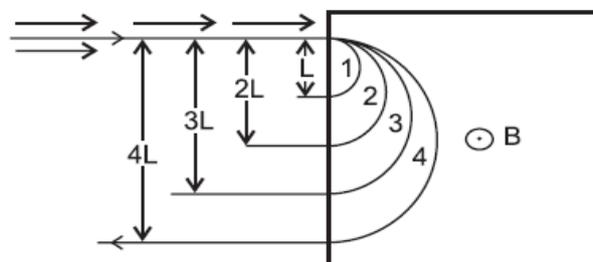
84-. La velocidad  $V_1$  es:

- A)  $0,5\sqrt{gh}$
- B)  $1,5\sqrt{2gh}$
- C)  $0,5\sqrt{3gh}$
- D)  $1,5\sqrt{gh}$

85-. La velocidad  $V_2$  es:

- A)  $0,5\sqrt{gh}$
- B)  $1,5\sqrt{2gh}$
- C)  $0,5\sqrt{3gh}$
- D)  $1,5\sqrt{gh}$

86-. Se lanza un haz de partículas, todas con igual velocidad y carga, en una región en donde existe un campo magnético uniforme de magnitud  $B$ . El haz se divide en cuatro, cada uno de los cuales describe una semicircunferencia, como se observa en la figura

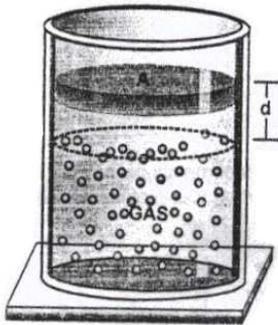
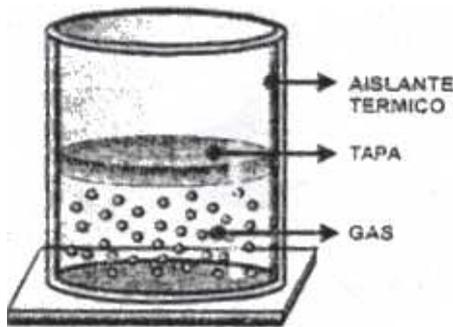


El haz que tiene las partículas menos masivas es

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

**CONTESTE LAS PREGUNTAS 87 A 90 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN**

Un gas ideal se encuentra en un recipiente cilíndrico de área transversal  $A$ . Una tapa de peso  $F$  genera una presión  $P$  sobre el gas cuyo volumen es  $V_1$ , y esta a temperatura  $T_1$ . Entre la tapa y el recipiente, la fricción es despreciable y las paredes del cilindro, son de material aislante térmico.



$C_P$  = Capacidad calorífica del gas a presión constante

87-. Si el gas se calienta a presión constante,  $P$  hasta una temperatura  $T_2$ , la tapa asciende una distancia  $d$  igual a:

- A)  $\frac{V_1}{A} \left( \frac{T_2}{T_1} \right)$
- B)  $\frac{V_1}{A} \left( \frac{T_1}{T_2} \right)$
- C)  $\frac{V_1}{A} \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right)$
- D)  $\frac{V_1}{A} \left( \frac{T_2}{T_1} + 1 \right)$

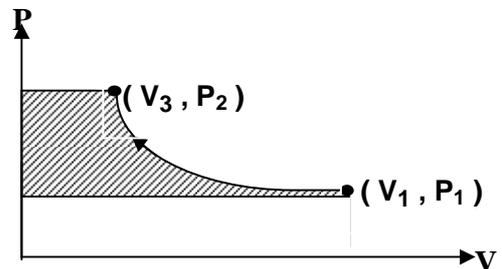
88-. En la situación anterior el volumen final del gas  $V_2$ . El trabajo realizado por

la fuerza que ejerce el gas sobre la tapa es:

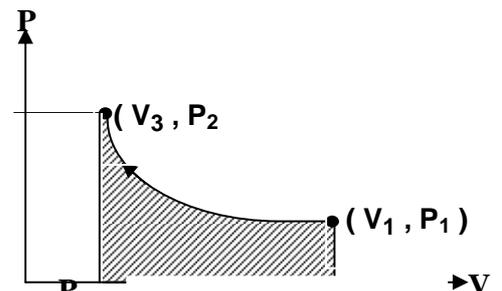
- A)  $C_P (T_2 - T_1)$
- B)  $PV_2 + C_P T_2$
- C)  $PV_2$
- D)  $P (V_2 - V_1)$

89-. Si se comprime el gas a temperatura constante  $T$  (proceso isotérmico) desde las condiciones iniciales hasta una presión  $P_2$  y volumen  $V_3$  el área que corresponde al trabajo realizado para comprimirlo es:

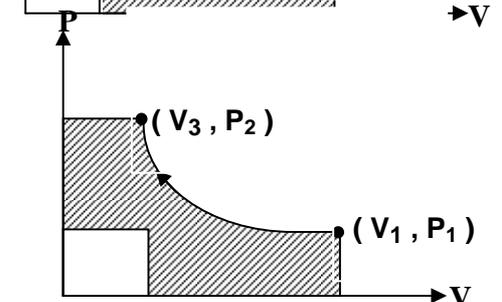
A)



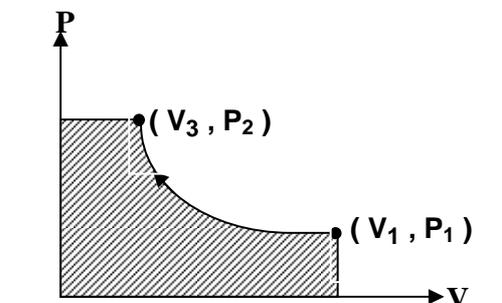
B)



C)

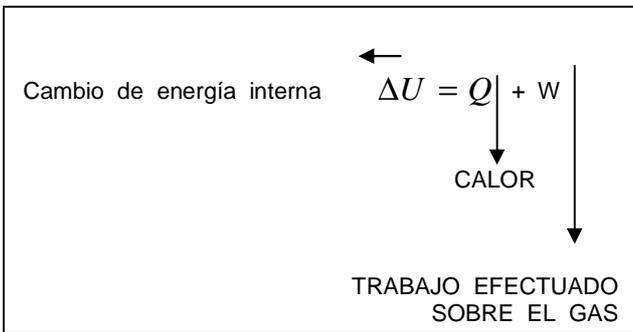


D)



90-. Se eleva la temperatura del gas hasta  $T_2$  en dos procesos distintos. El

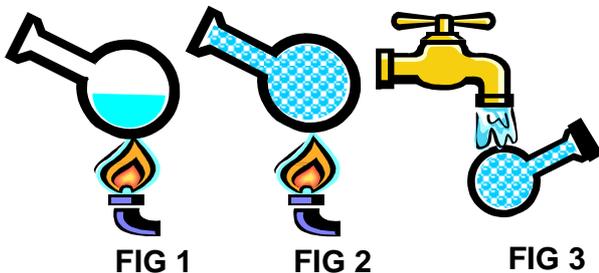
primero a calor constante requiere una cantidad de calor  $Q_1$  y el segundo a volumen constante requiere una cantidad de calor  $Q_2$ . Es correcto afirmar que:



Donde  $\beta$  y  $\alpha$  son constantes con las dimensiones apropiadas

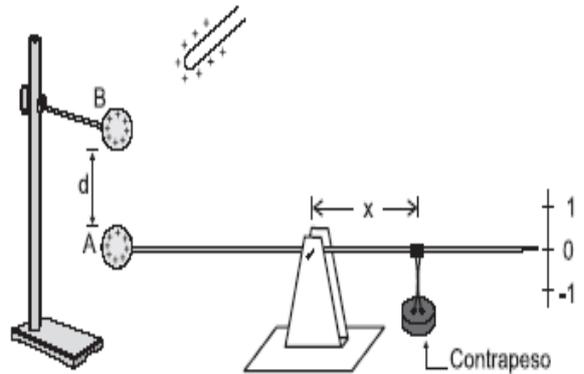
- A)  $Q_1 = P\Delta V; Q_2 = \alpha\Delta T; Q_1 > Q_2$
- B)  $Q_1 = -P\Delta V - \alpha\Delta T; Q_2 = \beta\Delta T; Q_2 > Q_1$
- C)  $Q_1 = P\Delta V + \alpha\Delta T; Q_2 = \beta\Delta T; Q_1 > Q_2$
- D)  $Q_1 = \alpha\Delta T = Q_2$

91-. Un balón de laboratorio con agua en su interior es calentado por un mechero como se muestra en la figura 1. cuando el agua alcanza el punto de ebullición empieza a transformarse en vapor y a llenar todo el balón como se aprecia en la figura 2. luego el balón se tapa, el mechero se retira, y se coloca bajo una ducha de agua fría, como se ilustra en la figura 3. Entonces finalmente la presión en el punto A dentro del balón:



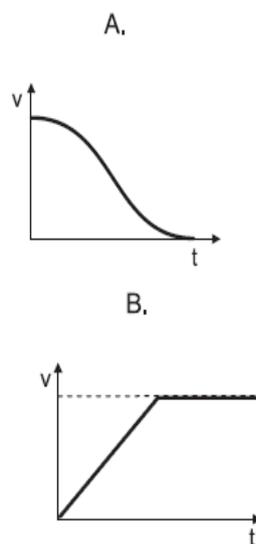
- A) Es mayor que la presión atmosférica
- B) Es menor que la presión atmosférica
- C) Es igual a la presión atmosférica
- D) no depende de la temperatura del vapor

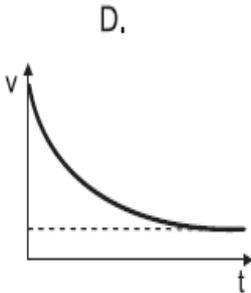
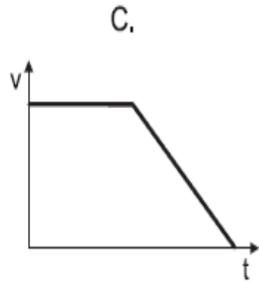
92-. Las esferas metálicas que se muestran en la figura se cargan con 1C cada una. La balanza se equilibra al situar el contrapeso a una distancia x del eje



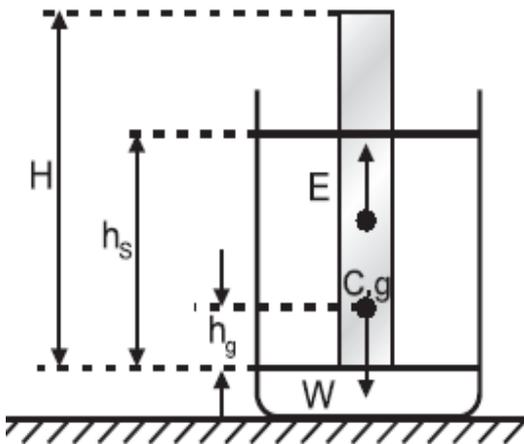
- Se pone una tercera esfera a una distancia 2d por debajo de la esfera A y cargada con 2C. Para equilibrar la balanza se debe
- A. agregar carga positiva a la esfera A
  - B. mover la esfera B hacia abajo
  - C. mover el contrapeso a la derecha
  - D. mover el contrapeso a la izquierda

93-. Normalmente un paracaidista abre su artefacto unos segundos después de haber saltado del avión. La fuerza de rozamiento f con el aire es proporcional a la rapidez y para ciertos paracaídas es tal que  $f = 200V^5$ . Si en  $t = 0$  se abre el paracaídas, la gráfica de rapidez contra tiempo es





**RESPONDA LAS PREGUNTAS 94 Y 95 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN**



En un experimento para determinar la densidad de diferentes líquidos se usa un densímetro que es una barra cilíndrica no homogénea de longitud  $H$ , área transversal  $A$  y masa  $M$ . El centro de gravedad de la barra está a una altura  $h$  como se muestra en la figura. Cuando la barra flota en un líquido, el empuje está aplicado en un punto llamado centro de la flotación situado en la mitad de la altura sumergida de la barra ( $h_s/2$ )

94-. Si el densímetro usado en el experimento se compone de una barra de madera muy liviana con un perdigón de

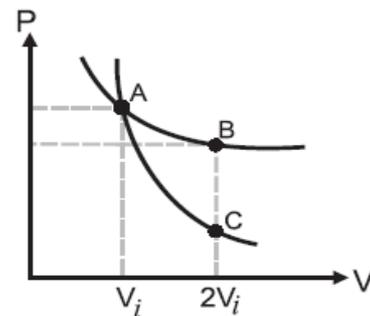
plomo en su extremo inferior, como se muestra en la figura, a fin de que el centro de gravedad del densímetro esté mucho más abajo del centro de la barra de madera la mejor manera de modificar el densímetro para que pueda medir densidades mayores es:

- A. adelgazar toda la barra
- B. cambiar el perdigón de plomo, por un volumen doble de oro.
- C. cambiar el perdigón de plomo por un volumen idéntico de titanio
- D. cambiar la barra de madera por otra de un material metálico

95-. Si el cilindro de madera tuviera las mismas dimensiones, pero fuera homogéneo, y cuando se coloca verticalmente sobre el agua, desaloja un volumen  $V$ , al tratar de colocarlo horizontalmente sucede que:

- A. No es posible colocarlo en dicha posición
- B. Desaloja un volumen  $V$
- C. Desaloja un volumen mayor que  $V$
- D. Desaloja un volumen menor que  $V$

**CONTESTE LAS PREGUNTAS 96 Y 97 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN**



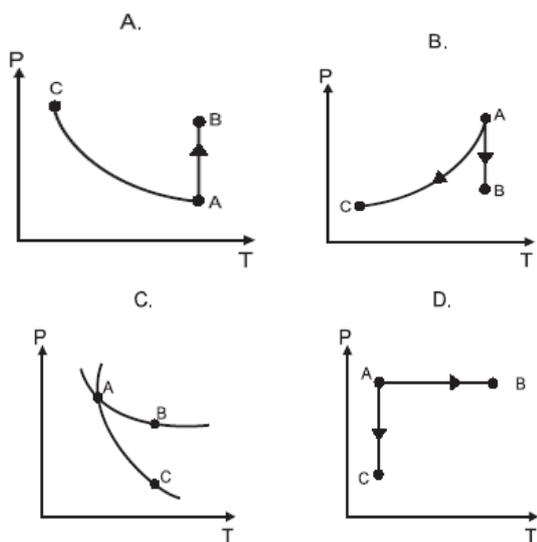
Se tienen dos muestras de dióxido de carbono  $\text{CO}_2$  a las mismas condiciones de volumen  $V_i = 0.5\text{m}^3$ , presión  $P_i = 1000\text{Pa}$  y temperatura  $T_i = 305\text{K}$ . Bajo estas condiciones es posible considerar el  $\text{CO}_2$  como un gas ideal. Sobre una de las muestras se realiza un proceso isotérmico desde el estado inicial A hasta el estado final B y sobre la otra se realiza un proceso adiabático desde el estado inicial A hasta

el estado final C, como se indica en la gráfica P vs V.

96-. Teniendo en cuenta que W representa el trabajo hecho por el CO<sub>2</sub> y Q el calor absorbido por el CO<sub>2</sub>, se puede afirmar que:

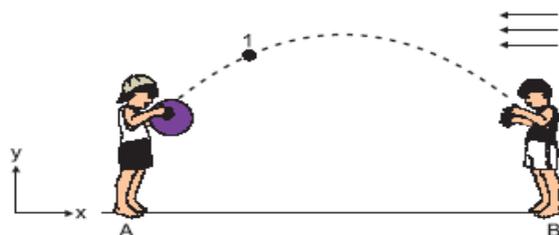
- A.  $W_{A \rightarrow B} = W_{A \rightarrow C}$
- B.  $Q_{AC} = Q_{AB}$
- C.  $W_{A \rightarrow B} > W_{A \rightarrow C}$
- D.  $Q_{AC} > Q_{AB}$

97-. La gráfica P contra T de los procesos A → B y A → C de las respectivas muestras es:



**RESPONDA LAS PREGUNTAS 98 Y 99 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN**

Dos niños juegan en la playa con una pelota de caucho. El niño A lanza la pelota al niño B, la cual describe la trayectoria mostrada en la figura.



En uno de los lanzamientos, cuando la pelota se encuentra en el punto 1, comienza a soplar un viento lateral que ejerce una fuerza hacia la izquierda sobre la pelota.

98-. Suponiendo que el aire quieto no ejerce ninguna fricción sobre la pelota, el movimiento horizontal de la pelota antes de que haya llegado al punto 1 es:

- A. uniforme.
- B. acelerado pero no uniformemente.
- C. uniformemente acelerado hacia la derecha.
- D. uniformemente acelerado hacia la izquierda.

99-. A partir del instante 1 el movimiento horizontal de la pelota

- A. no sufrirá cambios.
- B. tendrá velocidad nula.
- C. tendrá velocidad constante.
- D. tendrá velocidad decreciente.

100-. Una resistencia **R<sub>0</sub>** se conecta en serie a otra resistencia R. Para que la resistencia equivalente sea igual a **2R<sub>0</sub>**, se debe cumplir que el valor de R sea igual a

- A.  $2R_0$
- B.  $\frac{R_0}{2}$
- C.  $R_0$
- D.  $\frac{1}{R_0}$

## SOLUCION AL TEST DE ARIMETICA

$$1- \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{6+8+3}{12} = \frac{17}{12} = \frac{12+5}{12} = 1\frac{5}{12} \text{ Respuesta la B.}$$

$$2- \frac{1}{2} - \left( \frac{2}{3} - \frac{3}{7} \right) = \frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{7} = \frac{21-28+18}{42} = \frac{11}{42} \text{ Respuesta la B}$$

$$3- \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{10}{8} \cdot 6 = \frac{4}{2} = 2 \text{ Respuesta la D.}$$

$$4- \sqrt{(16/9)} + \sqrt{(4/25)} = \frac{4}{3} + \frac{2}{5} = \frac{20+6}{15} = \frac{26}{15} = 1\frac{11}{15} \text{ Respuesta la A}$$

$$5- 3 + \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{2}{1+\frac{1}{2}}} = 3 + \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{2}{\frac{3}{2}}} = 3 + \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{4}{3}} = 3 + \frac{1}{\frac{11}{6}} = 3 + \frac{6}{11}$$

Respuesta la B. Un número mixto  $a\frac{b}{c} = \frac{ac+b}{c} = a + \frac{b}{c}$

$$6- \sqrt[3]{(0,027)} = \sqrt[3]{(27 \cdot 10^{-3})} = 3 \cdot 10^{-1} = 3/10 = 0,3 \text{ Respuesta B}$$

7- Dado que la secuencia es de la forma A, Az, R, V, A, Az, R, V, ..., vemos que el período de la sucesión es cuatro, por ello, simplemente dividimos 2009 entre 4 y tomamos el residuo, que se asocia con una de las posiciones primera, segunda, tercera o cuarta. Como el residuo es 1, quiere decir que el círculo de la posición 2009, es del mismo color que el de la posición número uno, es decir, amarillo. Respuesta: A

8- Colocando los porcentajes como fracciones obtenemos como uno, la secuencia se repite cada 4 posiciones, luego para saber el color de:

$$\frac{10}{100} \cdot \frac{10}{100} \cdot \frac{10}{100} = \frac{1000}{1000000} = \frac{1}{1000} = 0,001 \text{ Respuesta la A}$$

9- Vemos que hay dos individuos que son el padre de una persona, el hijo de Daniel y yo. Para que esto tenga sentido (y moralidad) el hijo de Daniel y Yo debemos ser la misma persona. Respuesta la C

10- Asumiendo que es una proporción directa tenemos:

$$\frac{64}{2+4+6} * 2 = \frac{128}{12} = \frac{32}{3}; \quad \frac{64}{2+4+6} * 4 = \frac{256}{12} = \frac{64}{3}; \quad \frac{64}{2+4+6} * 6 = \frac{384}{12} = 32$$

Vemos que la parte mas pequeña es  $32/3$

**Nota:** para proporciones directas, al número más pequeño le corresponderá la parte menor, y para el número mayor, le corresponderá la mayor parte.

$$11- \frac{600}{3+5+7} * 3 = \frac{1800}{15} = 120; \quad \frac{600}{15} * 5 = \frac{3000}{15} = 200; \quad \frac{600}{15} * 7 = \frac{4200}{15} = 280$$

Luego las partes son: 120; 200 y 280. Respuesta la A

12- Este es un reparto proporcional inverso, pues a más tiempo de uso, menor valor, y por ello, trabajamos con los recíprocos de los números dados:

$$\frac{1.575.000 \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}} = \frac{1.575.000 \cdot \frac{1}{3}}{\frac{7}{10}} = \frac{1.575.000 \cdot 10}{21} = 750.000 \text{ y esto recibe el dueño del carro}$$

menos usado (3 años).

$$\text{Para el carro mas usado: } \frac{1.575.000 * 10}{7} * \frac{1}{6} = \frac{15.750.000}{42} = 375.000$$

**Nota:** luego el propietario del carro mas usado recibe: \$ 375.000 (y como es reparto inverso, es el que menos recibe). Respuesta la B

13- Para este caso, basta elevar la raíz al cuadrado y sumarle el resto para obtener el radicando:  $(81)^2 + 53 = \text{radicando}$ .

Radicando =  $6561 + 53 = 6614$ . Respuesta la C

14- Solución # 1:

X = capital de Pedro.

20.000 – X = capital de Juan. Como Juan tiene \$2400 más que Pedro, formamos la ecuación:

$$X + 2400 = 20.000 - X \quad 2X = 17.600 \quad X = 8.800$$

Luego Pedro posee \$8.800 y Juan  $X + 2.400 = 8.800 + 2.400 = 11.200$ , Respuesta la B

Solución # 2:

Por aritmética al total restémosle la diferencia:  $20.000 - 2.400 = 17.600$

Si, esto lo dividimos entre 2:  $\begin{array}{r} 17600 \overline{) 2} \\ 0 \quad 8800 \end{array}$

Pedro tiene: \$8.800

Juan tendrá:  $\$8.800 + \$2.400 = \$11.200$

15- Descomponemos los números en sus factores primos:

$$\begin{array}{l|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 1 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{l|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{l|l} 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{El M.C.D. se forma con los factores comunes con el menor} \\ \text{exponente.} \\ \text{Los factores son el 5 y el 2.} \end{array}$$

Luego el M.C.D. de 20, 30 y 50 es  $2 * 5 = 10$ . Respuesta la D

16- Igual que en el caso anterior:

25	5	45	3	60	2	El único factor común es el 5 luego el M.C.D. es 5. Respuesta la A
5	5	15	3	30	2	
1		5	5	15	3	
				5	5	
				1		

17- Para hallar el mínimo común múltiplo hacemos la descomposición simultánea de los números reales y hallamos el producto de los factores primos, siendo dicho producto el m.c.m.

20	30	50	2	Luego el m.c.m. es: $2 * 2 * 3 * 5 * 5 = 300$ Respuesta la D
10	15	25	2	
5	15	25	3	
5	5	25	5	
1	1	5	5	
1	1	1		

18- El m.c.m. =  $2 * 2 * 2 * 3 * 5 * 7 = 840$  Respuesta la D

21	35	40	2
21	35	20	2
21	35	10	2
21	35	5	3
7	35	5	5
7	7	1	7
1	1	1	

19- Un número es divisible por cinco si termina en cero o en cinco, quien cumple unas de las condiciones es el numero 840. Respuesta la C

20- Un número es divisible por tres si las sumas de sus cifras es múltiplo de 3. El que tiene esta característica es 81732. Respuesta la D

21- Efectuando la división:

$21'7 \overline{) 4 \quad \quad}$  De donde  $(217)/4 = 54,25$  . Respuesta la B

17 54,25

10

20

0

22- Podemos llevar las fracciones a un común denominador, y con el análisis de los numeradores ordenar las fracciones.

Los denominadores son: 3, 4, 5, 8 y 9. Podemos descartar el 3 y 4 ya que son múltiplos de 9 y de 8 respectivamente, luego el común denominador es:  $5 * 8 * 9 = 360$ . De donde:

$$\frac{2}{3} = \frac{120 * 2}{360} = \frac{240}{360}; \quad \frac{1}{4} = \frac{90 * 1}{360} = \frac{90}{360}; \quad \frac{3}{5} = \frac{72 * 5}{360} = \frac{216}{360}$$

$$\frac{7}{8} = \frac{45 * 7}{360} = \frac{315}{360}; \quad \frac{5}{9} = \frac{40 * 5}{360} = \frac{200}{360} \quad \text{Podemos ver que el ordenamiento mayor es:}$$

$$\frac{7}{8}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{9}, \frac{1}{4} \quad \text{Respuesta la C}$$

$$23- \frac{4}{5} + \frac{2}{10} = \frac{4}{5} + \frac{1}{5} = \frac{5}{5} = 1 \quad \text{Respuesta la C}$$

24- Se trata de una multiplicación de fracciones, es decir, una aplicación del concepto de fracción así:

$$\frac{2}{3} * \frac{1}{4} * \frac{1}{2} * 2 = \frac{4}{24} = \frac{1}{6} \quad \text{Respuesta la A}$$

25- Podemos hacer la suma directamente:

$$0,25 \\ + 0,75 \\ \hline 1,00 \quad \text{ó por fracciones: } 0,25 = \frac{1}{4}; \quad 0,75 = \frac{3}{4} \quad \text{de donde: } \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} = 1 \quad \text{Respuesta la D}$$

26- Hallemos la suma de los cuadrados:

$S = 1^2 + 2^2 + 3^2 = 1 + 4 + 9 = 14$ . La raíz cuadrada de 9 es 3 y la raíz cuadrada de 16 es 4, además, 14 esta entre 9 y 16 luego la raíz cuadrada está entre las raíces de 9 y 16 esto es, entre 3 y 4. Respuesta la B

27- Utilicemos el método práctico.

Primero observemos que el periodo (valor que se repite) es 21, ahora debemos sacar dicho periodo de los decimales.

Sea:  $X = 0, 212121\dots$ . Obsérvese que para sacar el periodo debemos multiplicar la fracción por 100, puesto que el periodo tiene dos cifras de donde:

$100x = 21, 2121\dots$  Ahora ejecutemos la resta:

$$100x = 21,2121\dots$$

$$\begin{array}{r} - \quad x = 0,2121\dots \\ \hline 99x = 21,0000\dots \end{array} \quad \text{de donde } x = \frac{99}{21} \quad \text{que simplificando nos da } \frac{7}{33}. \quad \text{Respuesta la B}$$

28- Aquí el periodo es de cuatro cifras: 2535. Hacemos:  $X = 0, 25352535\dots$  Para sacar el periodo debemos multiplicar por 1 seguido de tantos ceros como dígitos tenga el periodo esto es, de cuatro ceros así:  $10.000X = 2535, 2535\dots$  Restándole a esta, la fracción inicial nos queda:

$$10.000x = 2535,25352535\dots$$

$$\begin{array}{r} - \quad x = 0,25352535\dots \\ 9.999x = 2535,00000000\dots \end{array} \text{ De donde } x = \frac{2535}{9999}. \text{ Respuesta la A}$$

29- Esta no es una fracción periódica pura sino que es una fracción periódica mixta.

Primero debemos convertir la fracción en periódica pura.

Sea:  $X = 3,205777\dots$  Los números que no son del periodo son 205, luego debemos sacarlos multiplicando por 1000 (205 tiene tres cifras luego se multiplica por 1 con 3 ceros esto es, por 1000). de donde:

$1000X = 3205,777$  ahora la fracción es periódica pura, y de periodo 7. Luego multiplicamos por 10 así:

$$10.000X = 3205,777\dots \text{ haciendo la resta:}$$

$$10.000x = 32057,777\dots$$

$$\begin{array}{r} -1.000x = 3205,777\dots \\ 9.000x = 28852,000\dots \end{array} \text{ de donde } x = \frac{7213}{2250}. \text{ Respuesta la D}$$

**NOTA:** Cuando se haga la resta debe tenerse en cuenta el lugar de la coma, coma sobre coma...

30- Sea:  $x = 2,3444$

$$10x = 23,444$$

$$100x = 234,44$$

$$100x = 234,44\dots$$

$$\begin{array}{r} -10x = 23,44\dots \\ 90x = 211,00\dots \end{array} \text{ Luego } x = \frac{211}{90}. \text{ Respuesta la C}$$

No es periódica pura, de donde: el periodo es 4, entonces: haciendo la resta.

**Observación:** nótese que la resta se hace, tomando como minuendo, la fracción cuando ya se ha sacado el periodo y como sustruendo la fracción periódica pura.

31- Si trabajando juntos hacen la obra en 20 días, en un día hacen  $\frac{1}{20}$  de obra. El chapulín solo realiza la obra en 25 días, luego en un día hará  $\frac{1}{25}$  de obra.

Si a lo que hacen en un día le restamos lo que hace el chapulín en un día, quedara lo que Quico en un día luego:

$$\frac{1}{20} - \frac{1}{25} = \frac{5-4}{100} = \frac{1}{100}$$

Dicho número es 100. La respuesta es la D

32- Si Pedro hace el muro en 8 días, en un día hará  $\frac{1}{8}$  de muro. Como Juan hace el muro en 12 días, en 1 día hará  $\frac{1}{12}$  de muro.

$$\text{Laborando juntos en un día harán: } \frac{1}{8} + \frac{1}{12} = \frac{3+2}{24} = \frac{5}{24} \text{ de muro.}$$

La totalidad de la obra es 1, y en un día han hecho  $\frac{5}{24}$  de esta, luego hay que multiplicar  $\frac{5}{24}$  de muro por un número de días tal, que se obtenga la unidad.

Es fácil ver que  $\frac{5}{24} * \frac{24}{5} = 1$  de donde, laborando juntos realizan la obra en  $\frac{24}{5}$  de días.

De otra forma:

Sea x el tiempo en que terminan la obra.

Como en un día hacen  $\frac{5}{24}$ , nos queda la ecuación:

$$\frac{5}{24} * x = 1 \text{ De donde } x = \frac{24}{5} \text{ días} = 4,8 \text{ días. Respuesta la A.}$$

33- Una definición de postulado es: verdad intuitiva que tiene suficiente evidencia para ser aceptada. Respuesta la D.

34- Esta es la definición de teorema. Respuesta la C.

35- La base del sistema binario es 2 (bi = 2). Respuesta la A.

36- En la numeración romana las equivalencias son: L, D y M. Respuesta la B.

37- El complemento aritmético de un número, es otro número que sumado con el número dado nos da una cantidad de orden inmediatamente superior. Así: Sea x el complemento aritmético luego:  $55 + x = 100$  de donde  $x = 45$ . Respuesta la D.

**NOTA: 100 es una cantidad de orden inmediatamente superior a 55.**

Ejemplos:

NÚMERO	COMPLEMENTO	PARA DAR
5	5	10
9	1	10
13	87	100
93	7	100
121	879	1000
978	22	1000
8728	1272	10000 etc.

Obsérvese que si el número tiene n cifras, la unidad de orden inmediatamente superior tiene n + 1 cifras.

38- Llevando los números a decimales:

$$\frac{8}{100} = 0,08 ; \quad \frac{1}{2} = 0,5 ; \quad \frac{1}{0,4} = \frac{10}{4} = 2,5 ; \quad \frac{1}{0,3} = \frac{10}{3} = 3,33$$

Vemos que el mayor número de los dados es  $\frac{1}{0,3}$ . Respuesta la D.

39- Formemos la ecuación:

Sea  $x$  el número buscado:  $\frac{x}{\frac{x}{2}} = 2 \Rightarrow \frac{2x}{x} = 2$ . Si  $x \neq 0$  podemos simplificar las  $x$ , pero si  $x$

no fuese diferente de cero, al simplificar estaríamos dividiendo entre cero. Con la condición  $x \neq 0$  nos queda la identidad  $2 = 2$ . No hay incógnita lo que nos dice que la condición se cumple para todo número excepto el cero. Respuesta la C.

40- Sea  $x$  el número buscado:

$x * 75\% = 4$  Pero  $75\% = \frac{75}{100}$  luego  $x * \frac{75}{100} = 4$ ;  $x = \frac{4 \cdot 100}{75}$ ;  $x = \frac{400}{75}$  simplificando obtenemos  $x = \frac{16}{3}$ . Respuesta la B.

41-  $4 * \frac{75}{100} = x \Rightarrow x = \frac{300}{100}$ ;  $x = 3$  luego el 75% de 4 es 3. Respuesta la C.

42-  $x * \frac{60}{100} = 3$  de donde  $x = \frac{3 \cdot 100}{60} = 5$ . Respuesta la D.

43-  $x * \frac{23}{100} = 46$ ;  $x = \frac{46 \cdot 100}{23} = 200$ . Respuesta la C.

44- Formemos la ecuación asumiendo como número buscado a  $x$ :

$x \Rightarrow 100\%$   $x = \frac{100 \cdot 437}{115}$   $x = 380$ . Respuesta la D.  
 $437 \Rightarrow 115\%$

45- Por un simple regla de tres:

135 es a 100%

$x$  es a 100% luego  $x = \frac{135 * 100}{108} = \frac{13500}{108} = 125$ . Respuesta la C.

46- Similar al anterior, pero atendiendo a que este es tanto por ciento menos.

352 es 86%

$x$  es a 100% luego  $x = \frac{100 * 352}{88} = 400$ . Respuesta la D.

47- Demuestre el lector que la respuesta es la D. (Básese en el de Juan de la cosa)

48- La raíz cuadrada de 19 no es exacta, y es mayor que cuatro pero menor que 5.

Cuando se habla de raíz por defecto se refiere al entero menor y más cercano a la raíz.

El entero más cercano y menor que la raíz cuadrada de 19 es cuatro, luego cuatro es la raíz cuadrada por defecto de 19. Respuesta la B.

**NOTA:** La raíz cuadrada por exceso de un número es el entero más cercano pero mayor que la raíz cuadrada de dicho número, así que 5 es la raíz cuadrada por exceso de 19.

49- Se trata de dividir la distancia que han de avanzar por lo que avanza en cada vuelta así: siendo  $n$  el número de vueltas:

$$n = \frac{3200}{\frac{8}{7}} = \frac{7 \cdot 3200}{8} = 2800. \text{ Respuesta la C.}$$

50- Hay que tener en cuenta que además de la longitud del túnel se debe atender a la longitud del tren, es decir, la longitud a recorrer por el extremo posterior del tren es  $1800 + 200 = 2000\text{m}$ . De otro lado,  $\frac{72 \cdot 1000\text{m}}{1 \cdot 3600\text{s}} = 20\text{m/s}$  y como de la física tenemos que para una velocidad constante, distancia es igual a velocidad partiendo:

$$D = VT \Rightarrow T = \frac{D}{V} = \frac{2000}{20} = 100 \text{ Segundos. Respuesta la C.}$$

51- Formando una ecuación:

Una panela = libra y media + media panela.

Una panela – media panela = libra y media.

Media panela = libra y media. Si media panela pesa libra y media, una panela entera pesara 3 libras. Ahora si una panela pesa 3 libras, 5 panelas pesan  $5 \cdot 3 = 15$  libras.

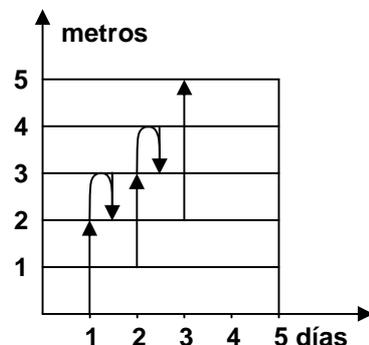
Otra forma:

Sea  $x$  el peso de una panela:

$$x = 1 + 1,5 \frac{1}{2} + \frac{x}{2} \Rightarrow x - \frac{x}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow x = 3 \text{ Luego una panela pesa 3 libras. 5 pesan } 5 \cdot 3 = 15 \text{ libras. Respuesta la D.}$$

52- Miremos el siguiente grafico:

Obsérvese que, en el primer día sube 3 metros y baja 2 en la noche, en total sube 1 metro en el primer día. El segundo día sube 3 metros a partir de una altura de un metro y baja 2 durante la noche, esto es que da a una altura de 2 metros. Al tercer día sube 3 metros a partir de una altura de 2 metros, es decir llega a la parte superior del muro. Si ha de bajar, nada le impide que lo haga por el lado de atrás del muro. Luego escala el muro en 3 días. Respuesta la B.



53- sea  $X$  el salario mensual  
 $R$  el precio del reloj

$$12 * X = 1.000.000 + R$$

$$\text{Luego: } \frac{6 * X = 490.000 + R}{6X = 510.000} \text{ Restando } \Rightarrow \frac{510.000}{6} = 85.000$$

Despejando R de cualquiera de las 2 ecuaciones:

$$R = 6x - 490.000 = 6 * 85.000 - 490.000 = 510.000 - 490.000 = 20.000$$

R = \$ 20.000. El precio del reloj es \$ 20.000. Respuesta la B.

**Otra forma:**

Si restamos los dos "sueldos" tenemos el equivalente al salario de \$510.000 por 6 meses,

luego el salario mensual es  $\frac{510000}{6}$  si multiplico por 12, tengo el salario anual, que igual a \$85000

nos da \$1.020.000 luego el reloj sale por \$20.000.

54- Se trata simplemente de hallar el m.c.m de 8 y 3. Así que

3	8	2	Es decir, el m.c.m de 3 y 8 es: $2 * 2 * 2 * 3 = 24$ . Así que la doble visita se vuelve a presentar dentro de 24 días. Si la fecha es 6, mas 24 da 30, luego será el 30 de enero. Respuesta la C.
3	4	2	
3	2	2	
3	1	3	
1	3		

55- Veamos: 12 tabletas = 1 docena y vale 300

$$15 \text{ decenas} = 150 \text{ unidades} = \frac{150}{12} = \frac{25}{2} \text{ docenas y valen } \$ 3.300.$$

Si  $\frac{25}{2}$  docenas valen \$ 3.300, una docena respecto al frasco

$$\text{Valdrá } \frac{3.300}{\frac{25}{2}} = \frac{3.300 * 2}{25} = 264 \text{ luego, comprando el frasco la docena sale por } \$264, \text{ y la}$$

ganancia por docena será de:  $300 - 264 = 36$  es decir de \$ 36. Respuesta la B.

56- En reparto justo, a más trabajo más ganancia, luego debe hacerse un reparto directamente proporcional. El que más recibe es el que más trabaja.

Sea X lo que recibe:

$$X = \frac{41.600}{12+15+25} * 25 = \frac{41.600}{52} * 25 = 800 * 25 = 20.000 \text{ luego } X = \$20.000. \text{ Respuesta la B.}$$

57- Sea X la parte del mayor

Y la parte del menor:

$$\begin{aligned}
 X &= \frac{71.000}{\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7}} * \frac{1}{7} = \frac{71.000}{\frac{105}{105}} * \frac{1}{7} = \frac{71.000 * 105}{71 * 7} \\
 &= \frac{1.000 * 105}{7} = 1.000 * 15 = 15.000 \\
 &= \frac{71.000 * 105}{71} * \frac{1}{3} = \frac{1.000 * 105}{3} = 1.000 * 35 = 35.000
 \end{aligned}$$

Luego el mayor recibe \$15.000 y el menor recibe \$35.000. Es decir sus capitales se diferencian por \$20.000. Respuesta la B.

58- Haciendo divisiones sucesivas:

$$\begin{array}{r}
 41 \overline{) 2} \\
 \underline{1} \phantom{0} \\
 1 \phantom{0} \overline{) 20} \\
 \underline{0} \phantom{0} \\
 0 \phantom{0} \overline{) 10} \\
 \underline{0} \phantom{0} \\
 0 \phantom{0} \overline{) 5} \\
 \underline{1} \phantom{0} \\
 1 \phantom{0} \overline{) 2} \\
 \underline{0} \phantom{0} \\
 0 \phantom{0} \overline{) 1} \\
 \underline{1} \phantom{0} \\
 1 \phantom{0} \overline{) 0} \\
 \underline{1} \phantom{0} \\
 0
 \end{array}$$

Tomando los residuos de las divisiones enteras en orden inverso nos queda: 101001 es decir:  $41 = 101001_2$ . Respuesta la B.

59-  $(15129)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{(15129)}$  hagamos  $x = \sqrt{(15129)}$  es decir, busquemos un número x tal que al multiplicarlo por si mismo nos de 15129.

Observando la cifra de las unidades vemos que es 9, lo que nos obliga a sospechar que x termina en 3, para que al multiplicar x por su última cifra sea 9. En estos casos es bueno antes de hacer cálculos mirar las respuestas, y como hay un sólo número cuya última cifra es 3, la respuesta es la A.

60- Se trata de una progresión geométrica cuya razón es 3. Hallemos la suma de los 8 primeros términos con la formula:

$$S_n = a_n * r - a_1 \text{ Pero } a_n = a_1 * r^{n-1} = 1 * 3^{8-1} = 3^7 \text{ luego:}$$

$$S_a = \frac{3^7 * 3 - 1}{3 - 1} = \frac{3^8 - 1}{3 - 1} = \frac{6561 - 1}{2} = \frac{6560}{2} = 3280. \text{ Respuesta la A.}$$

61- Solución 1.

$$\begin{aligned}
 \# \text{ niños} &= \frac{\# \text{ niñas} * \# \text{ niños por grupo de alumnos}}{\# \text{ niñas por grupo de alumnos}} \\
 &= \frac{30}{2} * 3 = 15 * 3 = 45
 \end{aligned}$$

Luego el número de niños es 45.

Solución 2.

Como por cada 5 alumnos hay 3 niños, formemos una tabla hasta que el número de niñas sea 30.

Nota: en verdad simplemente se trata aplicar proporciones:

$$\frac{\text{niños}}{\text{niñas}} = \frac{3}{2} = \frac{x}{30} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 30}{2} = 45$$

Alumnos	→	Niños	→	Niñas
5		3		2
10		6		4
15	→	9	→	6
30		18		12
60		36		24
60+15	→	36+9	→	24+6
75	→	45	→	30

Luego:

Vemos pues que cuando hay 30 niñas hay 45 niños y un total de 75 alumnos. Respuesta la D.

62- Sea x el número de caballeros:

$$\frac{5}{6} = \frac{40}{x} \Rightarrow x = \frac{40 \cdot 6}{5} = 48 \text{ Luego hay 48 caballeros. Respuesta la D.}$$

63- Una regla de 3 simple inversa. A más raciones menos soldados.

300 —————→ 60 días  
 X —————→ 75 días (1 mes = 30 días)

$x = \frac{300 \cdot 60}{75} = 240$  Luego si hay 240 soldados se puede alimentar durante 75 días. Como  $300 - 240 = 60$ , hay que retirar 60 soldados. Respuesta la B.

$$\begin{aligned} 64- & 8(k-p) - 7(k-p) + (p-k) \\ & = k - p + (p-k) \\ & = k - p + p - k = 0 \end{aligned}$$

Respuesta la A.

65- Póngase “pilas”, yo era el que iba hacia Santander, la vieja y sus cosas me la cruce, respuesta la A.

66- Realizando una lista de tres simples inversas, tenemos diferencia de canarios diferentes días.

50	x
40	15

$$\Rightarrow \frac{x}{15} = \frac{40}{50}$$

$$x = \frac{15 \cdot 40}{50} = \frac{15 \cdot 4}{5} = 3.4$$

$$67- \frac{5}{3} + \frac{2}{n} = \frac{8}{3}$$

$$\frac{2}{n} = \frac{8}{3} - \frac{5}{3}$$

$$\frac{2}{n} = \frac{3}{3}$$

$$\frac{2}{n} = 1 \Rightarrow n = 2$$

Respuesta la D.

68- La clave, como se trata de no usar calculadora, está en llevar los decimales a fracciones en la que numerados y denominadores sean cuadrados perfectos, así:

$$\sqrt{0,9 \div 10} - \sqrt{0,004 \times 10}$$

$$= \sqrt{\frac{9}{10} \div 10} - \sqrt{0,04}$$

$$= \sqrt{\frac{9}{10} \cdot \frac{1}{10}} - \sqrt{\frac{4}{100}}$$

$$= \sqrt{\frac{9}{100}} - \sqrt{\frac{4}{100}}$$

$$= \frac{3}{10} - \frac{2}{10} = \frac{1}{10} = 0,1$$

Respuesta la A.

69-. Una solución fácil es asumir los tres personajes como uno solo, al que le toca  $1 + 2,5 + 4,5 = 8$ , luego se trata de ver cuantas veces le toca 8 al repartir 10.000  $\Rightarrow 1000 \div 8 = 1250$ , además de esos 1250 veces, Pedro recibe 1250 veces 1, es decir \$1250, Juan recibe 1250 veces 2,5 es decir \$3125 y Carlos recibe 1250 veces 4,5 es decir, \$5625. Respuesta la D

**Nota:** También se puede hacer un reparto proporcional directo.

Así:

$$P_c = \frac{10000}{1+2,5+4,5} \times 4,5$$

$$P_c = \frac{10000}{8} \cdot 4,5$$

$$P_c = 1250 \cdot 4,5$$

$$P_c = \$5.625$$

$$70-. \frac{6}{a-b} - \frac{8}{2(a-b)}$$

$$= \frac{6}{a-b} + \frac{8}{2(a-b)}$$

$$= \frac{12+8}{2(a-b)} = \frac{20}{2(a-b)}$$

$$= \frac{10}{a-b}$$

Respuesta la D.

$$71-. \text{ Sea } n \text{ el primer natural luego: } n+(n+1)+(n+2)+(n+3)+(n+4)=100$$

$$5n+10=100$$

$$5n=90 \Rightarrow n=\frac{90}{5} \Rightarrow \boxed{n=18}$$

El número del medio es  $n+2$  o sea 20. Respuesta la B.

72-. Por "regla de tres simple":

≠ días      ≠ personas

$$8 \qquad 12$$

$$x \qquad 15$$

$$\frac{x}{8} = \frac{12}{15} \Rightarrow x = \frac{12 \cdot 8}{15} = \frac{96}{15}$$

$$\boxed{x=6,4 \text{ días}} \text{ Respuesta la B.}$$

$$73-. \frac{x}{p-1} = \frac{1+p}{1-p} \text{ Debe cumplirse que } p \neq 1:$$

$$x = \frac{(1+p)(p-1)}{(1-p)} = \frac{(1+p)(1-p)}{(1-p)} \text{ Simplificando:}$$

$$x = -(1+p) \text{ Respuesta la C.}$$

$$74-. \text{ Sea } x = \sqrt{2 + \sqrt[3]{8}}$$

$$x = \sqrt{2+2}$$

$$x = \sqrt{4}$$

$$x = 2$$

Elevado al cuadrado  $x^2 = 2^2 = 4$  Respuesta la D.

$$\begin{aligned} 75-. \quad & 10 + [3 - (5 + 2 - 1) + 3] - 8 \\ & = 10 + [3 - (6) + 3] \\ & = 10 + [3 - 6 + 3] - 8 = 10 + 0 - 8 = 2 \end{aligned}$$

Respuesta la A.

$$\begin{aligned} 76-. \quad & 20 \text{ tornillos pesan } 2 \text{ kg} \\ & 20 \text{ tornillos pesan } 2000 \text{ g} \\ & 1 \text{ tornillo pesa } \frac{2000}{20} = 100\text{g} \end{aligned}$$

Respuesta la A.

77-. Primero aumentémosle el 20%:

$$120 + \frac{20}{100} 120 = 120 + 24 = 144 \text{ Ahora reduzcamos el } 20\%:$$

$$144 - \frac{20}{100} \cdot 144 = 144 - 28,8 = 115,2 \text{ Respuesta la A.}$$

**Nota:** es fácil demostrar que siempre que se aumenta (o reduzca) una cantidad en el 20% y luego se reduzca (o aumente) el resultado en un 20%, la operación final es equivalente a rebajar el precio original en un 4%.

$$78-. \quad 2a\sqrt[3]{2,7 \cdot 10^{-2}} = 12$$

$$a = \frac{12}{2\sqrt[3]{2,7 \cdot 10^{-2}}} = \frac{6}{\sqrt[3]{27 \cdot 10^{-3}}}$$

$$a = \frac{6}{3 \cdot 10^{-1}} = \frac{6 \cdot 10^1}{3} = 2 \cdot 10 = 20$$

Respuesta la D.

$$79-. \text{ Si en } x \text{ días } a + b \text{ pasos en un día } \frac{a+b}{x}, \text{ y en } k \text{ días: } \frac{k(a+b)}{x}.$$

Respuesta la B.

80-. Simplemente buscamos un número que multiplicado por 5 sea igual al producto de 10 por 12, así:  $5 \cdot x = 10 \cdot 12$

$$x = \frac{10 \cdot 12}{5} = 2 \cdot 12$$

$$x = 24$$

Respuesta la D.

$$81-. \frac{a^x}{a^2} > a$$

$$a^{x-2} > a^1$$

$$x - 2 > 1$$

$$x > 3$$

Respuesta la D.

$$82-. \text{Relacionando las operaciones: } \frac{8}{100} \cdot 250 = 20 \text{ quedan } 230, \frac{20}{100} \cdot 230 = 46 \text{ quedan } 184$$

Respuesta la C.

$$83-. a - b^{a-b} \Rightarrow a = 2 \wedge b = -2$$

$$= 2 - (-2)^{2-(-2)}$$

$$= 2 - (-2)^4 \Rightarrow 2 - 16 = -14$$

Respuesta la A.

84-. Este ejercicio es "perverso" y sin calculadora es extenuante, por ensayo y error se obtiene que:  $\frac{11111111111111111111}{2071720} = 5363230123$

Respuesta la A.

85-. "Algo" nos dice que se debe tratar de la "" entre dos años, si habla el 1 de enero, anteayer equivale al 30 de diciembre cuando tenía 17 años, si cumple años el 31 de diciembre, para el primero de enero tendrá 18 años, el 31 de diciembre de ese año tendrá 19, y el año próximo, de seguro, tendrá 20 años.

Respuesta la A.

86-. Al dividir el cuadrado de 1 metro de lado en cuadrados de 1mm de lado tendrá 1000.1000 de estos cuadraditos es decir 1000.000, que al calcularlos en fila, media: 1000.000 mm = 1000 m = 1 km.

Respuesta la D.

87-. Si dos amebas llenan el recipiente en 2 horas, es decir en 120 minutos, una ameba tarda 1 minuto más, el que se gana en convertirse una ameba en dos amebas, luego el tiempo que requiere es de 121 minutos.

Respuesta la D.

88-. Descompongamos el número en sus factores más:

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\Rightarrow 60 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1$$

El número de divisores esta dado por el producto de los exponentes incrementados en la unidad, es decir:

$$\text{División de } 60 = 3 \cdot 2 \cdot 2 = \underline{12}$$

Tarea para el lector: escríbalos: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10,.....

89-. Los 4 primeros son 2, 3, 5, 7, como producto es = 210.

Respuesta la C.

90-. Calculamos por partes: Verdes = 30% queda el 70%  $\frac{7}{10}$  del 70% = rojas = 49%

Total verdes y rojas el 79% luego 210 amarillas equivalen al 21%  $\Rightarrow \frac{21}{100}x = 210$

$$x = \frac{210 \cdot 100}{21} = 1000 \text{ siendo } x \text{ el total de frutas.}$$

Respuesta la D.

91-. La expresión pedida puede ser 2,3 o 2 In 3 en ambos casos, la expresión es mayor que 2 y menor que 3 según los distractores, se entiende que 2,3 equivalen a entender el 2 y el 3 como un solo número, es decir, 23, y luego dividir entre 10, es decir, obtener 2,3.

Respuesta la C.

92-. La es equivalente a decir: tu porcentaje es  $\frac{1}{4}$  de  $\frac{3}{4}$  ?

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \text{ Respuesta la C.}$$

93-. Sea a, b y c los números buscados:

$$s = a + b + c \quad p = abc$$

$$s = p$$

$$a + b + c = abc$$

$$b + c = abc - a$$

$$b + c = a(bc + 1)$$

$$a = \frac{b+c}{bc-1}$$

Asumimos que  $a = 1$ , lo que implica que:

$$bc - 1 = b + c$$

$$bc - c = b + 1$$

$$c(b - 1) = b + 1$$

$$c = \frac{b+1}{b-1} \quad b \neq 1$$

Como  $c$  debe ser un entero, se requiere que  $b + 1$  sea divisible entre  $b - 1$ .

Por ensayo y error tenemos:

$$b = 2 \Rightarrow c = 3$$

$$b = 3 \Rightarrow c = 2$$

Con lo que obtenemos una solución que es: 1, 2 y 3.

Respuesta la A.

94-. Sea  $x$  el total de preguntas, hago:

$$\text{Pregunta de costeo:} \quad x - 2$$

$$\text{Pregunta de medición:} \quad x - 2$$

$$\text{Pregunta de alatoriedad:} \quad x - 2$$

$$\text{Sumando} \quad \underline{\quad 3x - 6 \quad}$$

Igualando

$$3x - 6 = x$$

$$2x = 6 \Rightarrow x = 3$$

Respuesta la A.

95-. El número es  $xy$  que se puede expresar  $10x + y$  también  $x < y$  además:

$$x + y = 5 \wedge xy = 6$$

$$y = \frac{6}{x}$$

$$\Rightarrow x + \frac{6}{x} = 5$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 + 6}{x} = 5 \Rightarrow x^2 + 6 = 5x$$

$$\text{ó } x^2 - 5x + 6 = 0 \text{ factorizando :}$$

$$(x-3)(x-2) = 0$$

$$x = 3 \text{ ó } x = 2$$

Para  $x = 3 \Rightarrow y = 2$  No sirve

Para  $x = 2 \Rightarrow y = 3$  Sirve

El número es 23. Respuesta la B.

**Nota:** Sin recurrir al álgebra, se puede hallar el número por ensayo y error, sabiendo que el producto es 6 y la suma 5.

$$1 \times 6 = 6 \Rightarrow 1 + 6 = 7 \text{ No sirve}$$

$$2 \times 3 = 6 \Rightarrow 2 + 3 = 5 \text{ Sirve}$$

Y es más rápido!!!

96-. Hay varios temas de resolver este problema, tal vez lo más fácil es atender al hecho de que:

La séptima persona saluda a 6 personas

La sexta persona saluda a 5 personas

La quinta persona saluda a 4 personas

La cuarta persona saluda a 3 personas

La tercera persona saluda a 2 personas

La segunda persona saluda a 1 persona

Luego el total de saludos es:  $6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$  que nos permite eliminar las posibles respuestas A, B y C, nos queda verificar que nuestra suma es equivalente a lo propuesto en el literal D.

Verifiquemos: D = diagonales

$$L =$$

Para un triángulo:  $D + L = 0 + 3 = 3$

Para un cuadrado:  $D + L = 4 + 5 = 9$

Para un hexágono:  $D + L = 14 + 7 = 21$

Respuesta la D.

97-.  

266	2
133	7
19	19
1	

$$\begin{array}{r|l} 266 & 2 \\ 133 & 7 \\ 19 & 19 \\ 1 & \end{array}$$

$$266 = 2 \times 7 \times 19$$

Respuesta la D.

98-. Observemos la solución

Respuesta la

99-. Sean los lados:  $a, (a + 1), (a + 2)$

$$\Rightarrow a + (a + 1) + (a + 2) = 33$$

$$3a + 3 = 33$$

$$3a = 30$$

$$a = 10$$

$$\text{Promedio} = \frac{10 + 11 + 12}{3} = \frac{33}{3} = 11$$

Respuesta la C.

**Nota:** El promedio de 3 números enteros consecutivos, siempre será el número central.

100-. Hallemos todos los dígitos necesarios para llegar a 2989.

Número	Dígitos
Del 1 al 9	$9 \times 1 = 9$
10 al 99	$90 \times 2 = 180$
100 al 999	$900 \times 3 = 2700$
Sumas	<u>2889</u>

Faltan 100 dígitos, que forman números de 4 cifras, y debe ser por tanto 25 números, es decir 25 páginas, luego las páginas sin contar las 26 de introducción y otras "" son  $999 + 25 = 1024$  más las otras 26 nos da 1050.

Respuesta la D.

101-. Se deja al lector la verificación de que el ladrón es ladrona. Respuesta la D.

102-. Los días se repiten cada 7 días, luego, el promedio es 7 y dividiendo, obtenemos:

$$\begin{array}{r} 54 \overline{) 7} \\ 5 \quad 7 \end{array}$$

Es decir, hay con certeza 7 lunes y sobran 5 días, luego el máximo número de días lunes que puede haber en los 54 días consecutivos es 8, siendo que haya otro lunes entre los 5 días "sobrantes".

Respuesta la C.

103-. Supongamos que en el centro colocamos el número  $x$ , y que la suma de la columna y de la fila sea 5. Al sumar la fila y la columna obtenemos 25 y para poder igualar 25 con la suma de todos los números dados, a 25 debemos restarle  $x$ , pues fue sumado 2 veces, así:

$$25 - x = 1 + 4 + 7 + 10 + 13$$

$$25 - x = 35$$

$$5 = \frac{35 + x}{2}$$

Es claro que  $x$  debe ser un número impar y a la vez, debe ser máximo para que su máxima suma  $= \frac{35 + 13}{2} = \frac{48}{2} = 24$ .

Respuesta la D.

104-. La forma más sencilla de realizar este ejercicio es utilizando las congruencias aunque esta teoría es poco difundida a nivel de la educación básica.

$$1999^{2000} \equiv (-1)^{2000} \text{ pero}$$

$$(-1)^{2000} \equiv 1^{2000} \pmod{5}$$

Luego  $1999^{2000}$  dividido entre cinco deja como resta 1 (ojo  $1^{2000} = 1$ ).

105-. Sea  $x$  el número que ha escogido Ana Cristina.

Además  $x \geq 10$  pues tiene 2 dígitos

$$200 - x \leq 190$$

$$2(200 - x) \leq 380$$

Luego el máximo valor que puede obtener Ana es 380. Respuesta la D.

106-. Aquí hay que saber que dos números hacen su producto máximo para una suma dada cuando son iguales donde su diferencia sería cero esto es, si un número de representa por el producto de dos factores, el producto es máximo cuando los factores son iguales a la raíz cuadrada del número. Ahora, 1998 no tiene raíz cuadrada exacta; luego debemos buscar los números más próximos a su raíz cuadrada los factores de 1998 son:

$$\begin{array}{l|l} 1998 & 2 \\ 999 & 3 \\ 333 & 3 \\ 111 & 3 \\ 37 & 37 \\ 1 & \end{array}$$

Los divisores serán: 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 37, 57, 74, 111, 222, 333, 666, 999 y 1998.

La raíz cuadrada aproximada de 1998 es 44 y los números más cercanos a este valor son 37 y 54 cuya diferencia es  $54 - 37 = 17$ .

Respuesta la D.

107-. Sea  $p$  el producto obtenido por Martha, luego:

$$p = (2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8) \cdot (12 \cdot 14 \cdot 16 \cdot 18) \cdots (92 \cdot 94 \cdot 96 \cdot 98)$$

Nótese que el producto de cada paréntesis termina en 4, y como hay 10 paréntesis, es como hallar 410 que terminan en 6.

Respuesta la D.

108-. Bueno, en este caso nos piden un par del mismo color, si sacamos 2 zapatos, el caso ideal es que los dos sean del mismo color, pero puede ser que sea de diferentes colores luego, el caso crítico es que los dos sean de diferentes colores, y sacando un tercero tendremos la seguridad de haber sacado un par del mismo color.

Respuesta la B.

**Nota:** Si nos piden un par del mismo color, y que además se trate de un izquierdo y otro derecho, se requiere, sacar lo más de 21 zapatos, pues los primeros bien podrían ser en el caso más crítico, todos izquierdos o todos derechos, y el número 21 completaría el pedido.

109-. Sea  $x$  el número buscado:

$$7(x - 7) = 5(x - 5)$$

$$7x - 49 = 5x - 25$$

$$2x = 24 \Rightarrow x = 12$$

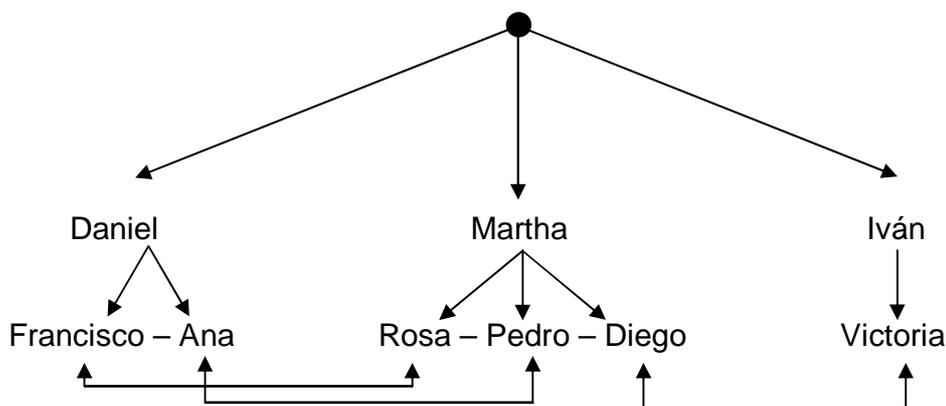
Respuesta la B.

110-. Una forma de resolver este problema, es hallando los casos sobre el 100% así:

Camisa azul y pantalón = 145% luego 45% usa las dos prendas azules, si a este 45% le sumamos el 80% que usa azules tendrá 125%, luego el 25% usar los tres promedios de color azul; finalmente, si a este 25% le sumamos el 85% que usan pañuelos azul tenemos un 110% luego el 10% usan las cuatro prendas de color azul.

Respuesta la C.

111-. Admitiendo el matrimonio entre primos hermanos, tenemos la siguiente solución:



Si quien ofrece la cena es Diego, sucede que con solo invitar a Daniel cumpliría con las condiciones del enunciado, a que:

Daniel, Martha y Iván son hermanos, Francisco y Ana son hijos de Daniel, Rosa Pedro y Diego son hijos de Martha y victoria es hija de Iván. Respuesta la A.

112-. El dígito de las unidades es el cero, puesto que varios factores tienen el cero.

Respuesta la A.

113-. Sea  $x$  el número inicial de dulces, luego terminan la ecuación:

$$0,8(0,8x) = 32$$

$$0,64x = 32$$

$$x = \frac{32}{0,64}$$

$$\boxed{x = 50}$$

114-. Los números primos deben ser impares, luego son de la forma  $2m-1$  y  $2n-1$  al restar la suma del producto resulta:

$$\begin{aligned} & (2m-1)(2n-1) - (2m+2n-2) \\ &= 4mn - 2m - 2n + 1 - 2m - 2n + 2 \\ &= 4mn - 4m - 4n + 3 \end{aligned}$$

Esta cantidad deja como residuo 3 cuando se divide entre 4 y de los números dados en las respuestas, solo el 119 cumple con esta condición.

115-. Sea  $p$  igual a:  $P = AMC + AM + MC + CA$

Realicemos el siguiente "artificio"

$$P = AMC + AM + MC + CA + A + M + C + 1 - (A + M + C) + 1$$

$$P = AM(C+1) + M(C+1) + A(C+1) + (C+1) - (A + M + C) - 1$$

$$P = (C+1)(AM + M + A + 1) - (A + M + C) - 1$$

$$P = (C+1)(M(A+1) + (A+1)) - (A + M + C) - 1$$

$$P = (C+1)(A+1)(M+1) - (A + M + C) - 1$$

$$P = (C+1)(A+1)(M+1) - 13$$

Sabemos que el producto es máximo para una suma dada cuando los factores son iguales, luego  $A = M = C = 4$

$$\Rightarrow P = 5 \cdot 5 \cdot 5 - 13 = 125 - 13$$

$$\boxed{P = 112}$$

Respuesta la B.

116-

$$\begin{array}{r}
 \text{LOAMO} \\
 + \text{LEBNA} \\
 \text{LPANO} \\
 \text{LMBAA} \\
 \hline
 \text{OLLEJO}
 \end{array}$$

Colocamos la "ayuda":

$$\begin{array}{r}
 624M2 \\
 + 6EBN4 \\
 6P4N2 \\
 6MB44 \\
 \hline
 266 \text{ EJ}2
 \end{array}$$

Ahora miremos que la primera columna debe dar 24 ( $6 + 6 + 6 + 6$ ) y aparece 26, luego la columna anterior suma 26, pues aparece un 6 y se llevo 2, luego  $e + p + m = 24$ . Si la suma de tres dígitos diferentes da 24 estos deben ser, 7, 8 y 9. Tenemos por utilizar los dígitos 0, 1, 3 y 5.

Si  $M = 7$  y  $N = 0 \Rightarrow 1 = 2$  No sirve $M = 7$  y  $N = 1 \Rightarrow 1 = 4$  No sirve $M = 7$  y  $N = 3 \Rightarrow 1 = 8$  No sirve $M = 7$  y  $N = 5 \Rightarrow 1 = 2$  No sirveSi  $M = 8$  y  $N = 0 \Rightarrow 1 = 3$  Sirve

B debe ser 1 ó 5

Para  $B = 1 \Rightarrow E = 1$  No sirvePara  $B = 5 \Rightarrow E = 9$  No sirve

Debe regresar:

Si  $M = 8$  y  $N = 1 \Rightarrow 1 = 5$  Sirve

B debe ser 0 ó 3

Para  $B = 0 \Rightarrow E = 9$  posibleSi  $M = 8$ ,  $E = 9 \Rightarrow P = 7$  y una respuesta es:

$$\begin{array}{r}
 62482 \\
 + 69014 \\
 67412 \\
 68044 \\
 \hline
 266952
 \end{array}$$

Respuesta la B.

117-. Hallemos la fracción generatriz de 5,625 así:

$$5,625 = \frac{5625}{1000} = \frac{45}{8}.$$

Como la fracción generatriz es irreducible, el número mínimo de peces debe ser 8.

Respuesta la B.

118-. Se deja al lector la tarea de demostrar que el que queda es  $\frac{8}{27}$ .

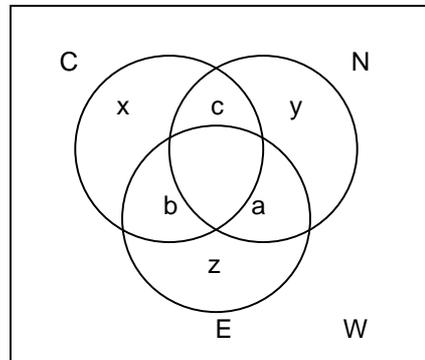
Aplique el concepto en fracción de fracción. Respuesta la B

119-. Resolver esta teoría de conjuntos apoyándonos en un diagrama de Venn.

Dando N son los nadadores

C son los ciclistas

E son los esquiadores



Como ningún alumno realiza los tres deportes, la triple intersección no tiene elementos.

Formen las ecuaciones:

$$b + c + x = 17 \quad \textcircled{1}$$

$$a + c + y = 13 \quad \textcircled{2}$$

$$a + b + z = 8 \quad \textcircled{3}$$

$$a + b + c + x + y + z = 25 - (w + 6) \quad \textcircled{4}$$

Sumemos  $\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$  y  $\textcircled{3}$

$$2a + 2b + 2c + x + y + z = 38 \quad \textcircled{5}$$

Restándole  $\textcircled{4}$  a  $\textcircled{5}$  obtenemos:

$$a + b + c = 13 + w + 6$$

$$a + b + c = 19 + w \quad \textcircled{6}$$

Si a  $\textcircled{6}$  le restamos  $\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$  y  $\textcircled{3}$  obtenemos:

$$a = 2 + x + w \quad \textcircled{7}$$

$$b = 6 + y + w \quad \textcircled{8}$$

$$c = 11 + z + w \quad \textcircled{9}$$

Sumando ⑦, ⑧ y ⑨

$$a + b + c = 19 + x + b + z + 3w = 19 + w$$

$$x + y + z + 2w = 0 \quad \text{⑩}$$

Como ningún de estos valores puede ser negativo concluimos que:

$$x = y = z = w = 0$$

$$\text{De ⑦} \quad a = 2$$

$$\text{De ⑧} \quad b = 6$$

$$\text{De ⑨} \quad c = 11$$

Es claro que 2 juegos esquíen y nadan. Respuesta la B.

120-. La clave para resolver este tipo de problema es “pillar” que cada noche antes de empezar a resbalar alcanza 2 unidades mas de altura que el día que esta es decir:

Primera noche alcanza 3 metros.

Segunda noche alcanza 4 metros

Veintiocho noches alcanza 30 metros.

Respuesta la B.

121-.

$$\begin{array}{r} 7a2 \\ + 48b \\ \hline c73 \end{array}$$

$b + 3$  debe ser 12 para que el ultimo digito sea 2 luego  $b = 9$  y llevamos 1.  $8 + 7 = 15$  mas 1 que llevamos de 16 luego  $a$  debe ser 6 y nuevamente llevamos 1. Así que  $4 + c + 1 - 7 \Rightarrow c = 2$  luego  $a + b + c = 6 + 9 + 2 = 17$ . Respuesta la C.

122-. Observe que cada gato requiere tres minutos para atrapar un ratón, luego si se liberan 100 gatos, estos necesitan 3 minutos para que cada uno de ellos un ratón. Respuesta la A.

123-. Sea  $x$  el dinero que tenia:  $x = 12 + \frac{1}{3}(x - 12) + 42$

$$3x = 36 + x - 12 + 126$$

$$2x = 150 \Rightarrow x = 75$$

Respuesta la A.

124-. Aplicando una regla de tres:

# de días	# de gallinas
30	30
33	$x$

$$\frac{x}{30} = \frac{30}{33} \Rightarrow x = \frac{900}{33}$$

$$x = \frac{300}{11} = 27 + \frac{3}{11}$$

Aunque la solución no es entera, para darle sentido al problema, para alimento de  $x$  número de gallinas durante 33 días  $x$  debe ser igual, máximo a 27, luego se debe vender 3 gallinas.

Respuesta la A.

125-. Se debe buscar que el dígito de las cuentas sea el menor de las 3 que quedan 4921508. Es decir las anteriores traen el número 1 luego debe ir el 0 y por último el 8. Así: 108 es el menor número, según lo anterior los números que se eliminan son 9425.

Respuesta la B.

126-. Sea  $x$  el número impar menor:

$$x + (x + 2) + (x + 4) = 27$$

$$3x + 6 - 27$$

$$3x = 21$$

$$x = 7$$

Respuesta la C.

127-. Multiplique las horas por 60:  $3,1 \cdot 60 = 31 \cdot 6 = 186$

Respuesta la C.

128-. Si usted tiene  $k$  años en el año  $x$ , usted nació en el año  $x - k$ , luego Belarmina nació en el año:  $2013 - m$ .

Respuesta la B.

129-. Sea  $x$  la cantidad original:  $x + 0,1x = 1,1x$  luego:  $1,1x - 0,11x = 0,99x$  comparando  $x$  con  $0,99x$  veras que el porcentaje que cada la cantidad original es el 99%.

Respuesta la C.

130-. Formemos una fila y entendemos que al posición que tenga con 1 indica que la lámpara esta encendida y la que tenga un cero indica que la lámpara este apagada, y con la vertical formada por la letras indicamos lo que realizan en su ordénalas 10 jóvenes:

A: 1111111111

B: 1010101010

C: 1000111100

D: 1001111100

F: 1001001101

G: 1001000101

H: 1001000001

I: 1001000011

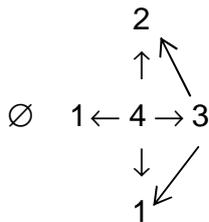
J: 1001000010

Respuesta la A.

131-. Dado que hago a los otros 5 las posibles respuestas son 0, 1, 2, 3, 4. Así tenemos:  
 Quien dijo "4" beso a los que dijeron 0, 1, 2 y 3.

Quien dijo "1" beso a "4"

Quien dijo "2" beso a "4" y a "3", y Quien dijo "3" beso a "4" a "2" y a Juan. Realicemos una ayuda grafica.



Como nadie vera a su pareja, son pareja: "0" y "4"; "1" y "3" y "2" y Juan. Luego Juan se beso con 2 personas "3" y "4".

Respuesta la A.

132-. Sumando todos los panes ( $5+3=8$ ) y dividiendo esta suma entre 3, tenemos lo que

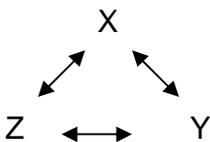
cada uno de ellos  $\frac{8}{3}$  par. El coloco 5 pares dio al cazador:  $5 - \frac{8}{3} = \frac{7}{3}$  de par. El que coloco 3

pares dio al cazador:  $3 - \frac{8}{3} = \frac{1}{3}$  de par. Como vemos, el que dio 5 pares dio al cazador 7

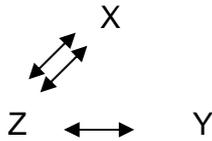
veces más par que el que dio 3 par, luego el quedio los 5 pares debe recibir 5 monedas y el otro una.

Respuesta la A.

133-. Sea X, Y y Z los tres jugadores, luego:



El anterior esquema muestra el caso en que cada uno de ellos juega contra los otros dos, caso que no puede ser puesto que jugaran un número diferente de partidos.



Según el esquema anterior Z juega 3 partidos Z con X y uno con Y; X juega 2 partidos con Z y juega un partido con Y.

Respuesta la A.

134-. Resuelve el problema 85 y se entenderá que la respuesta correcta es la D.

135-. Si 5 personas requieren 25 litros en 2 días una persona requiere  $\frac{25}{5} = 5$  litros por dos días, es decir, 2.5 litros por día, en total  $3 \times 2.5 = 7.5$  litros para los tres días, pero como son 8 personas, deben llevar en total  $7.5 \times 8 = 60$  litros.

Respuesta la D.

136-. Como ajusto 10 tazas de harina hizo en total cinco comidas, sea bizcochos o tortas o ambos. Pero como gasto 7 tazas de azúcar no pudo hacer solo bizcochos por que le sobran 2 tazas de azúcar, luego debió hacer 3 bizcochos que implican 3 tazas de azúcar y 2 tortas que consuma 4 tazas de azúcar para un total de 7 tazas.

Respuesta la C.

137-. Se tiene:

$$x + (x + 1) + (x + 2) + (x + 3) + (x + 4) + (x + 5) = 27$$

$$6x + 15 = 27$$

$$6x = 12$$

$$x = 2$$

Los números son: 2, 3, 4, 5, 6, 7.

El producto de los dos centrales es 20.

Respuesta la C.

138-.  $68 \times 2$  será divisible entre cuatro si sus cifras son ceros o forman un múltiplo de 4. Según esto, x puede ser 1, 3, 5, 7 y 9.

Respuesta la C.

139-. Trabajemos este problema como un

$$a_1 = 12 \quad d = 3 \quad s = 117$$

$$s = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$a_n = 3n + 9$$

$$\Rightarrow 117 = \frac{12 + 3n + 9}{2}$$

$$234 = (12 + 3n) \cdot n$$

$$234 = 3(4 + n) \cdot n$$

$$78 = 4n + n^2$$

$$n^2 + 4n - 78 = 0$$

$$(n + 13)(n - 6) = 0$$

$$\text{sirve } n = 6$$

Respuesta la B.

140-. Sea  $x$  la cantidad de dinero, luego, podemos crear la ecuación:

$$\text{Pedro} = \frac{x}{2} \quad \text{a Juan} = \frac{x}{2}$$

$$\text{Luego: } P = \frac{x}{2} - \frac{x}{6} \quad J = \frac{x}{2} + \frac{x}{6}$$

$$P = \frac{1}{3}x \quad J = \frac{2}{3}x$$

$$\frac{2}{3}x = 3000$$

$$\Rightarrow x = 4500$$

Respuesta la A.

141-. El padre requiere  $\frac{40}{60} = \frac{2}{3}$  de hora para lavar el elefante, en 1 hora trabajando juntos

$$\text{lavan: } \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

En una hora trabajando juntos lavan 2 elefantes, luego para lavar 3 elefantes requieren hora y media.

Respuesta la C.

$$142-. 748 \times 592 = 442816$$

$$749 \times 593 = 444157$$

Restando obtenemos: 1341

Respuesta la B.

**Nota:** “pille el truco”

$$\begin{aligned}(a+1)(b+1) - ab \\ = ab + a + b + 1 - ab \\ = a + b + 1 \text{ !!!!}\end{aligned}$$

143-. Sea  $x$  el porcentaje de personas que hablan los 2 idiomas, luego el porcentaje de los que habla solo el primer idioma es  $(70 - x)$  y el porcentaje de los que hablan solo el segundo idioma será  $(60 - x)$ . Ya que cada habitante habla al menos un idioma, se tiene que:

$$\begin{aligned}(70 - x) + x + (60 - x) = 100 \\ 130 - x = 100 \\ \boxed{x = 30\%}\end{aligned}$$

Respuesta la B.

144-. Los números impares consecutivos se da la forma:  $2k - 1$  y  $2k + 1$  sumando dan  $4k$  que es una cantidad divisible entre 2 y entre cuatro.

Respuesta la B.

145-. Sumando:  $29 + 31 + 37 + 41 + 47 = 228$

Respuesta la C.

146-. Sea  $X$  el total de las ovejas y  $Y$  a las ovejas que duermen, se tiene:

$$\begin{aligned}y &= \frac{7}{8}(x - y) \\ 8y &= 7x - 7y \\ 15y &= 7x \Rightarrow x = \frac{15}{7}y\end{aligned}$$

Dada, además la condición de que  $80 < x < 100$

$$\begin{aligned}80 < \frac{15}{7}y < 100 \\ \frac{7}{15}80 < y < \frac{7}{15}100 \\ \frac{112}{3} < y < \frac{140}{3}\end{aligned}$$

Trabajando con enteros:  $37 < y < 47$

Buscamos un número entre 37 y 47 que sea divisible entre 7 y el único que cumple esa condición es el 42, luego:  $y = 42 \wedge x = 90$

Respuesta la C.

147-. Sea  $x$  el número buscado, así que:

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3} x = \frac{2}{3} (x - 1)$$

$$\frac{x}{5} = 2x - 2$$

$$2 = 2x - \frac{x}{5} = \frac{9x}{5}$$

$$x = \frac{10}{9} \Rightarrow \underline{9x = 10}$$

Respuesta la D.

148-. Sea  $x$  el número de estudiantes y  $Y$  el total en pesos.

$$y = 7000x - 2000 \quad \textcircled{1}$$

$$y = 6000x + 21000 \quad \textcircled{2}$$

Restando  $\textcircled{1}$  de  $\textcircled{2}$

$$0 = 1000x - 23000$$

$$x = 23 \wedge y = \$159.000$$

Respuesta la C.

149-. Le queda:

$$= 800 - \frac{20}{100} 800 - \frac{15}{100} \cdot \left( 800 - \frac{20}{100} 800 \right)$$

$$= 800 - 160 - \frac{15}{100} (800 - 160)$$

$$= 640 - \frac{15}{100} 640$$

$$= 640 - 96 = 544$$

Respuesta la A.

150-. Nótese que 100 de mil son el 10% y 30 de 100 son el 30% luego se trata de hallar el 30% del 10%:

$$= \frac{30}{100} \cdot \frac{10}{100} = \frac{3}{100} = 3\%$$

Respuesta A.

151-. Sea  $x$  lo que recorre cuarto día luego tenemos que:

$$27x + 9x + 3x + x = 120$$

$$40x = 120$$

$$x = 3\text{km}$$

Luego el cuarto o ultimo día recorrido 3 kilómetros.

Respuesta la A.

152-. En un día laborando juntos hacen:  $\frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{2+3}{12} = \frac{5}{12}$  sea  $T$  el tiempo que requiere en

hacer el trabajo, luego:  $\frac{5}{12}T = 1 \Rightarrow T = \frac{12}{5} = 2,4$  días

Reapuesta la A.

$$153-. x - 0,2x = 0,8x$$

Respuesta la C

154-. Es simplemente hallar el m.c.m de 4, 5, 6 y 7:

$$\begin{array}{cccc|c} 4 & 5 & 6 & 7 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 7 & 2 \\ 1 & 5 & 3 & 7 & 3 \\ 1 & 5 & 1 & 7 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 7 & 7 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & \end{array}$$

$$\text{m.c.m} = 4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 420 \text{ días}$$

Respuesta la D.



RESPUESTA DE LOS EJERCICIOS PROPUESTOS DE ARIMETICA

- |       |       |     |
|-------|-------|-----|
| 1. B  | 46. A | 91. |
| 2. B  | 47. A | 92. |
| 3. A  | 48. C |     |
| 4. A  | 49. A |     |
| 5. A  | 50. D |     |
| 6. B  | 51. D |     |
| 7. D  | 52. A |     |
| 8. D  | 53. C |     |
| 9. C  | 54. C |     |
| 10. C | 55. C |     |
| 11. A | 56. A |     |
| 12. A | 57. C |     |
| 13. A | 58. D |     |
| 14. C | 59. C |     |
| 15. C | 60. D |     |
| 16. D | 61. B |     |
| 17. D | 62. D |     |
| 18. B | 63. D |     |
| 19. B | 64. D |     |
| 20. C | 65. A |     |
| 21. C | 66. B |     |
| 22. C | 67. A |     |
| 23. D | 68. A |     |
| 24. D | 69. C |     |
| 25. C | 70. D |     |
| 26. C | 71. D |     |
| 27. D | 72. D |     |
| 28. B | 73. B |     |
| 29. D | 74. D |     |
| 30. B | 75. A |     |
| 31. C | 76. B |     |
| 32. C | 77. C |     |
| 33. D | 78. C |     |
| 34. D | 79. C |     |
| 35. A | 80. C |     |
| 36. C | 81.   |     |
| 37. B | 82.   |     |
| 38. C | 83.   |     |
| 39. B | 84.   |     |
| 40. D | 85.   |     |
| 41. B | 86.   |     |
| 42. C | 87.   |     |
| 43. A | 88.   |     |
| 44. C | 89.   |     |
| 45. A | 90.   |     |

## SOLUCION AL TEST DE ALGEBRA

1- Aplicando las propiedades de los logaritmos, vemos que el numerador de la expresión dada, presenta una suma de logaritmos, que equivale  $\log X + \log Y = \log(XY)$ . El denominador queda:  $\log X - \log Y = \log(X/Y)$  luego la expresión es equivalente a  $\frac{\log(xy)}{\log\left(\frac{x}{y}\right)}$ .

Respuesta la D.

2- Para no aplicar logaritmos igualemos las bases para luego igualar los exponentes:

$4^{2x} = 64 = 4^3$ , esto es,  $4^{2x} = 4^3$  como las bases son iguales igualamos los exponentes:  $2x = 3$  de donde  $X = 3/2$ . Respuesta la B.

**!!!OJO!!!  $64 = 4^3$ .**

3- Llevemos a una misma base:  $625 = 5^4$ ;  $125 = 5^3$ ;  $25 = 5^2$  de donde:

$(5^4)^x = (5^3) * (5^2)^{-x}$ ;  $5^{4x} = 5^3 * 5^{-2x}$ ;  $5^{4x} = 5^{3-2x}$  igualando exponentes:

$4x = 3 - 2x$ ;  $4x + 2x = 3$ ;  $6x = 3$ ;  $x = 3/6$  luego  $x = 1/2$ . Respuesta la B.

4- Igulemos las bases y podemos igualar los exponentes.

Recordemos que:  $0,001 = 10^{-3}$  de donde:

$10^{2x+1} = 10^{-3}$  así que:  $2x + 1 = -3$ ;  $2x = -3 - 1$ ;  $2x = -4$  de donde  $x = -4/2 = -2$ . Respuesta la A.

5- La letra **e** se refiere a la base de logaritmos naturales ( $e \approx 2,718281$ ), así como **ln** quiere decir logaritmo natural. Sacando ln a ambos lados:

$\ln e^{\ln x} = \ln 10$ ; Por la propiedad de los logaritmos:

$\ln x \ln e = \ln 10$ ; Pero logaritmo natural de  $\ln e = 1$ , de donde:

$\ln x = \ln 10$  A bases iguales, iguales logaritmos, luego  $x = 10$ . Respuesta la D.

6- Quien maneje las propiedades de los logaritmos verá la sencillez de este ejercicio:

$\log_2 10 = \log_2 (5*2) = \log_2 5 + \log_2 2$ , pero  $\log_2 5 = M$  y  $\log_2 2 = 1$  de donde  $\log_2 10 = M + 1$ .

Respuesta la C.

7- Si se tiene que:  $\log_3 (1+y)^2 = 2$ , aplicando las propiedades de los logaritmos tenemos:

$3^2 = (1 + y)^2$  de donde  $9 = 1^2 + 2 * 1 * y + y^2$ ;  $y^2 + 2y + 1 - 9 = 0$   $y^2 + 2y - 8 = 0$ . Aplicando la fórmula de la ecuación cuadrática hallamos que  $Y = -4$  o  $Y=2$ . Respuesta la B.

**NOTA:** En  $(1 + y)^2 = 1 + 2y + y^2$ , desarrollamos el cuadro de un binomio

8- Simplemente reemplacemos el valor de k:

$$(K-W)^3 = (W+5-W)^3 = (5)^3 = 125. \text{ Respuesta la D.}$$

9- Organizando:

$$\log_x (y) + \log_x (z) = a$$

$$\log_x (yz) = a$$

$$yz = x^a$$

$$\sqrt[a]{(y z)} = x$$

$$x = (yz)^{\frac{1}{a}}$$

Respuesta la C.

10- Sea  $x = \log_4 8 \rightarrow 4^x = 8$  llevando a una misma base (2)

$$(2^2)^x = (2)^3 \rightarrow 2^{2x} = 2^3 \text{ igualando exponentes:}$$

$$2x = 3: x = 3/2 \text{ Método "pillin":}$$

$$\log_4 8 = \log_{2^2} 2^3 = \frac{2^2 = 3}{2^2 = 2} \log_2 2^3$$

Respuesta la D.

11-  $\log 64 = \log 2^6 = 6 \log 2$ , pero  $\log 2 = M$  de donde:

$$\log 64 = 6M. \text{ Respuesta la C.}$$

$$12- \log \frac{a}{b} + \log \frac{a}{b} = \log \left( \frac{a}{b} * \frac{b}{a} \right) = \log 1 = 0. \text{ Respuesta la D.}$$

$$13- \frac{x^{-1/2}}{3} = \frac{x^{1/2}}{12} : \frac{1}{3x^{1/2}} = \frac{x^{1/2}}{12} \Rightarrow \frac{12}{3} = x^{1/2} * x^{1/2} \quad 4 = x^{1/2+1/2} = x \text{ luego } x = 4. \text{ Respuesta la D.}$$

$$14- \log_5 \frac{125 * 625}{25} = \log_5 \frac{5^3 * 5^4}{5^2} = \log_5 \frac{5^7}{5^2} = \log_5 5^5 = 5 \log_5 5 = 5 * 1 = 5. \text{ Respuesta la A.}$$

15- Hagamos un cambio de base recordando la fórmula:

$$\boxed{\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}} \text{ Si tenemos: } \log_a b * \log_5 a = 3 \text{ cambiando } \log_5 a \text{ a base } a \text{ nos queda:}$$

$$\log_a b * \frac{\log_a a}{\log_a 5} = 3 \Rightarrow \frac{\log_a b}{\log_a 5} = 3 \quad (\text{ojo } \log_a a = 1)$$

$\log_a b = 3 \log_a 5 \Rightarrow \log_a b = \log_a 5^3$  Luego  $b = 5^3$ . Respuesta la D.

16-  $\text{Log}x - \log 3 = \log 21 - \log 7$ :  $\log x = \log 21 - \log 7 + \log 3$

$$\text{Log}x = \log \frac{21}{7} + \log 3 = \log 3 + \log 3 = 2 \log 3 = \log 3^2$$

Luego  $\log x = 3^2$  de donde  $x = 3^2 = 9$ . Respuesta la D.

17-  $100111 + 11 \cdot 10^n = 111111 \Rightarrow 10^n = \frac{111111 - 100111}{11}$

$10^n = \frac{11.000}{11} \Rightarrow 10^n = 1.000 = 10^3$  De donde  $n = 3$ . Respuesta la C.

18-  $\log_{(x-1)} 4x - 4 = 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 4x - 4 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 4x - 4$  organizando:  $x^2 - 6x + 5 = 0$

Resolviendo esta ecuación cuadrática hallemos los valores de  $x$  que son:  $x = 5$  y  $x = 1$  pero  $x = 1$  no tiene sentido. Respuesta la D.

19- Solo tiene como factor común la  $x$ , luego queda:

$x(5a - 12ab \times 18 - 15y)$ . Respuesta la A.

20- Si observa con cuidado nos daremos cuenta que se trata de un trinomio cuadrado perfecto:

$$a^4 - a^2b^2 + \frac{b^4}{4} = \left(a^2 - \frac{b^2}{2}\right)^2 \text{ Respuesta la C.}$$

21- Organicemos los términos dados:

$$9m^2 - x^2 + 2x - 1 = 9m^2 - (x^2 - 2x + 1) = 9m^2 - (x - 1)^2 = [3m + (x - 1)][3m - (x - 1)] \text{ de donde:}$$

$$\Rightarrow 9m^2 - x^2 + 2x - 1 = (3m + x - 1)(3m - x + 1). \text{ Respuesta la B.}$$

**NOTA: Obsérvese que primero factorizamos el trinomio y después como diferencia de cuadrados.**

22-  $x^2 + 5x + 6$ . Se trata de hallar dos números cuya suma sea 5 y cuyo producto sea 6.

$$x^2 + 5x + 6 = (x + ?)(x + ?). \text{ Dichos números son 3 y 2.}$$

$$x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3). \text{ Respuesta la D.}$$

23-  $a^4 - x^6 = (a^2 + x^3)(a^2 - x^3)$ . Esta es una diferencia de cuadrados. Respuesta la A.

24-  $p^3 - q^3 = (p - q)(p^2 + pq + q^2)$ . Diferencia de cubos. Respuesta la C.

25- El factor común es  $xyz^2$  luego:  $xyz^2(yz - 3x + 5y^2)$ . Respuesta la C.

26-  $2z^2(x + 3y) - 6xz(x + 3y) = 2z(x + 3y)(z - 3x)$ . Respuesta la C.

27- Organizando:

$$(a + b)^2 - c^2 - 2cd - d^2 = (a + b)^2 - (c^2 + 2cd + d^2) = (a + b)^2 - (c + d)^2$$

$$= [(a + b) + (c + d)] * [(a + b) - (c + d)] = (a + b + c + d)(a + b - c - d). \text{ Respuesta la C.}$$

28-  $256a^8 - 16b^4 = 16(16a^8 - b^4) = 16(4a^4 - b^2)(4a^4 + b^2)$

$$= 16(2a^2 - b)(2a^2 + b)(4a^4 + b^2) \text{ Respuesta la C.}$$

29-  $2(2x + y)^2 - (2x + y) - 10$  este es un trinomio de la forma:

$$Ax^2 + bx + c \text{ donde: } A = 2 \quad x = (2x + y) \quad b = -1 \quad c = -10$$

$$2(2x + y)^2 - (2x + y) - 10 = \frac{[2(2x + y)]^2 - [2(2x + y)] - 20}{2}$$

Necesitamos dos números que sumados den -1 y multiplicados -20 dichos números son -5 y 4.

$$\frac{[2(2x + y)]^2 - [2(2x + y)] - 20}{2} = \frac{[2(2x + y) - 5][2(2x + y) + 4]}{2}$$

$$= \frac{[2(2x + y) - 5] * 2[(2x + y) + 2]}{2} = [2(2x + y) - 5][(2x + y) + 2] = (4x + 2y - 5)(2x + y + 2) \text{ Res}$$

puesta la A.

30-  $12(a + b)^2 - 14(a + b)(c + d) - 10(c + d)^2$  este trinomio se factoriza como en el caso anterior.

$$12(a + b)^2 - 14(a + b)(c + d) - 10(c + d)^2 = \frac{[12(a + b)]^2 - 14(c + d)[12(a + b)] - 120(c + d)^2}{12}$$

Necesitamos dos números que sumados den:  $-14(c + d)$  y que multiplicados den  $-120(c + d)^2$ . Podemos trabajar con los coeficientes numéricos, esto es, con -14 y con -120.

Descomponiendo 120 en sus factores primos podemos comprobar que los números que cumplen la condición son -20 y 6.

$$\frac{[12(a + b)]^2 - 14(c + d)[12(a + b)] - 120(c + d)^2}{12} = \frac{[12(a + b) - 20(c + d)][12(a + b) + 6(c + d)]}{12}$$

$$= \frac{4[3(a + b) - 5(c + d)] * 6[2(a + b) + (c + d)]}{12} = 2[3(a + b) - 5(c + d)][2(a + b) + (c + d)]$$

$$= 2(3a + 3b - 5c - 5d)(2a + 2b + c + d)$$

Respuesta la A.

$$31- \frac{\sqrt{(5^{15} * 20)}}{10 * 5^6} = \frac{\sqrt{(5^{15} * 4 * 5)}}{2 * 5 * 5^6} = \frac{\sqrt{(5^{16} * 2^2)}}{2 * 5^7} = \frac{5^8 * 2}{5^7 * 2} = 5 \text{ Respuesta la D.}$$

$$32- \frac{a^3 * b^{22} * c^{-12} * d^{p-q}}{a^{3-p} * b^{21} * c^{-25} * d^{q-p}} = a^3 * a^{p-3} * b^{22} * b^{-21} * c^{-12} * c^{25} * d^{p-q} * d^{p-q} = a^p * b * c^{13} * d^{2(p-q)}$$

Respuesta la B.

$$33- \sqrt{(5^2 - 4^2)} = \sqrt{(81)} \Rightarrow \sqrt{(25 - 16)} = \sqrt{(3^4)} \Rightarrow \sqrt{9} = \sqrt{(3^4)} ; 3 = (3^4)^{1/x}$$

De donde:  $3^1 = 3^{4/x}$  luego  $1 = 4/x \Rightarrow x = 4$ . Respuesta la C.

$$34- \frac{3 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} = \frac{(3 - \sqrt{2})(1 - \sqrt{2})}{(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2})} = \frac{3 - \sqrt{2} - 3\sqrt{2} + \sqrt{2} * \sqrt{2}}{(1)^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{3 - 4\sqrt{2} + 2}{1 - 2}$$

$$= \frac{5 - 4\sqrt{2}}{-1} = 4\sqrt{2} - 5 \text{ Respuesta la C.}$$

$$35- 5(1-x)^2 - 6(x^2 - 3x - 7) = x(x-3) - 2x(x+5) - 2$$

$$5(1 - 2x + x^2) - (6x^2 - 18x - 42) = x^2 - 3x - 2x^2 - 10x - 2$$

$$5 - 10x + 5x^2 - 6x^2 + 18x + 42 = -x^2 - 13x - 2 : -x^2 + 8x + 47 = -x^2 - 13x - 2$$

$$8x + 13x = -49 \Rightarrow 21x \Rightarrow x = \frac{49}{21} \text{ Luego } x = -7/3. \text{ Respuesta la A.}$$

36- Se pregunta aquí por el mayor valor que puede tomar la fracción. Observamos que el numerador es una constante (3), luego, analicemos el denominador.

$2 + (2x - 1)^2$  vemos que el denominador está formado por dos términos, la constante 2 y el binomio cuadrado  $(2x - 1)^2$ .

Para que la fracción sea máxima el denominador debe ser mínimo, pero el mínimo valor de  $2 + (2x - 1)^2$  es 2, y será 2 cuando  $(2x - 1)^2$  sea cero, es decir, cuando  $2x - 1 = 0$ :  $x = 1/2$ .

Concluimos que cuando  $x$  sea igual a  $1/2$  la fracción tendrá el mayor valor que es:

$$\frac{3}{2+0} = \frac{3}{2}. \text{ Respuesta la D.}$$

**OJO: No se pide el valor de  $x$  para que la fracción sea máxima, sino el valor máximo de la fracción. Todo lo anterior se resume en el análisis del vértice de la ecuación cuadrática**

$$37- \frac{8}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} = \frac{8(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{(\sqrt{7}-\sqrt{3})(\sqrt{7}+\sqrt{3})} = \frac{8(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{8(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{7-3}$$

$$= \frac{8(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{4} = 2(\sqrt{7}+\sqrt{3}) \text{ Respuesta la E.}$$

$$38- \frac{x}{x+\sqrt{y}} = \frac{x(x-\sqrt{y})}{(x+\sqrt{y})(x-\sqrt{y})} = \frac{x(x-\sqrt{y})}{(x)^2-(\sqrt{y})^2} = \frac{x \cdot (x-\sqrt{y})}{x^2-y} \text{ Respuesta la D}$$

$$39- \frac{2\sqrt{7}+\sqrt{3}}{3\sqrt{7}-5\sqrt{3}} = \frac{(2\sqrt{7}+\sqrt{3})(3\sqrt{7}+5\sqrt{3})}{(3\sqrt{7}-5\sqrt{3})(3\sqrt{7}+5\sqrt{3})} = \frac{6\sqrt{7}^2+3\sqrt{(3*7)}+10\sqrt{(7*3)}+5\sqrt{3}^2}{(3\sqrt{7})^2-(5\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{6*7+3\sqrt{21}+10\sqrt{21}+5*3}{9*7-25*3} = \frac{42+15+13\sqrt{21}}{63-75} = \frac{57+13\sqrt{21}}{-12} = \frac{-(57+13\sqrt{21})}{12}$$

Respuesta la A.

$$40- \frac{x-\sqrt{(x^2-9)}}{x+\sqrt{(x^2-9)}} = \frac{(x-\sqrt{(x^2-9)})(x-\sqrt{(x^2-9)})}{(x+\sqrt{(x^2-9)})(x-\sqrt{(x^2-9)})} = \frac{(x-\sqrt{(x^2-9)})^2}{(x)^2-(\sqrt{(x^2-9)})^2} = \frac{(x-\sqrt{(x^2-9)})^2}{x^2-x^2+9}$$

$$= \frac{(x-\sqrt{(x^2-9)})^2}{3^2} = \left[ \frac{(x-\sqrt{(x^2-9)})}{3} \right]^2 \text{ Respuesta la D.}$$

$$41- \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}} = \frac{1}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})+\sqrt{5}} = \frac{1[(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\sqrt{5}]}{[(\sqrt{2}+\sqrt{3})+\sqrt{5}][(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\sqrt{5}]}$$

$$= \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\sqrt{5}}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2-(\sqrt{5})^2} = \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\sqrt{5}}{2+2\sqrt{6}+3-5} = \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\sqrt{5}}{2\sqrt{6}} = \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5})\sqrt{6}}{2\sqrt{6}*\sqrt{6}}$$

$$= \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5})\sqrt{6}}{2*6} = \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5})\sqrt{6}}{12} = \frac{\sqrt{12}+\sqrt{18}-\sqrt{30}}{12}$$

$$= \frac{\sqrt{(2^2*3)}+\sqrt{(3^2*2)}-\sqrt{30}}{12} = \frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}-\sqrt{30}}{12} \text{ Respuesta la D.}$$

42- Utilicemos el método de reducción (suma o resta).

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ 2x - 3y = -1 \end{cases} \text{ Multiplicando la primera por } -2 \text{ y sumando:}$$

$$-2x - 2y = -14$$

$$\underline{2x - 3y = -1}$$

$$-5y = -15$$

Luego  $y = 3$ . Reemplazando en cualquiera de las dos ecuaciones originales hallamos que  $x = 4$ . Respuesta la B.

43-  $x - y = 8$

$$\underline{x + y = 20}$$

$$2x = 28$$

Sumando. Luego  $x = 14$  reemplazando en cualquiera de las dos ecuaciones originales hallamos que  $y = 6$ . Respuesta la A.

44- Hagamos cambio de variables:

$$a = \frac{1}{x} \text{ y } b = \frac{1}{y} \text{ el nuevo sistema queda:}$$

$$a + b = \frac{5}{6}$$

Multiplicando la primera ecuación por  $-2$  y sumando:

$$2a - 6b = -1$$

$$-2a - 2b = -\frac{5}{3}$$

$$\underline{2a - 6b = -1}$$

$$-8b = -\frac{8}{3} \Rightarrow b = \frac{-8}{-8 \cdot 3} = \frac{1}{3} \text{ Luego } b = \frac{1}{3}$$

Reemplazando el valor hallado de  $b$  en  $a = \frac{5}{6} - b = \frac{5}{6} - \frac{1}{3} = \frac{5-2}{6}$  como  $a = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$$a = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{1}{a} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2: \quad x = 2 \quad y = \frac{1}{b} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3 \text{ Luego } x = 2 \text{ y } y = 3. \text{ Respuesta la B.}$$

45- Despejando  $x$  de las dos ecuaciones:  $x = \frac{7-2y}{3}$  ③  $x = \frac{21+6y}{5}$  ④ igualando ②  $\wedge$  ④

$$\frac{7-2y}{3} = \frac{21+6y}{5} \Rightarrow 35 - 10y = 63 + 18y - 28 = 28y \Rightarrow \boxed{y=1}$$

$$\text{de ③ } x = \frac{7-2 \cdot (-)}{3} = \frac{7+2}{3} \Rightarrow \boxed{x=3}$$

Respuesta la A.

46-

$$2x - 5y = -4 \text{ ①}$$

$$5x - 2y = 11 \text{ ②}$$

Por determinantes

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} = 2 - (-2) - 5(-5) \Rightarrow \Delta = -4 + 25 \Rightarrow \boxed{\Delta = 21}$$

$$\Delta x = \begin{vmatrix} -4 & -5 \\ 11 & -2 \end{vmatrix} = 8 - (-55) = 63 \Rightarrow \boxed{\Delta x = 63}$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 5 & 11 \end{vmatrix} = 22 - (-20) = 42 \Rightarrow \boxed{\Delta y = 42}$$

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{63}{21} \Rightarrow \boxed{x = 3}$$

$$y = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{42}{21} \Rightarrow \boxed{y = 2}$$

Respuesta la B.

47-

$$3x - 2y = \frac{1}{6} \quad \textcircled{1}$$

$$2x - 4y = \frac{11}{3} \quad \textcircled{2}$$

Multiplicando  $\textcircled{1}$  por  $\textcircled{2}$  sumando:

$$6x - 4y = \frac{2}{6}$$

$$2x - 4y = \frac{11}{3}$$

$$\hline 8x = \frac{12}{3}$$

$$x = \frac{12}{24} \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{2}}$$

Despejando y de  $\textcircled{1}$

$$3x - \frac{1}{6} = 2y$$

$$2y = 3 \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{6}$$

$$2y = \frac{3}{2} - \frac{1}{6}$$

$$2y = \frac{9-1}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$y = \frac{4}{6} \Rightarrow \boxed{y = \frac{2}{3}}$$

Respuesta la C.

48- Organizando:

$$x + y + z = 6 \quad \textcircled{1}$$

$$x - 2y + z = 0 \quad \textcircled{2}$$

$$3x + y - 5z = 6 \quad \textcircled{3}$$

Por igualacion despejamos x de  $\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$  y  $\textcircled{3}$

$$x = 6 - y - z \quad \textcircled{4}$$

$$x = 2y - z = 0 \quad \textcircled{5}$$

$$x = \frac{6 - y + 5z}{3} \quad \textcircled{6}$$

Igualando  $\textcircled{4} \wedge \textcircled{5}$

$$6 - y - z = 2y - z$$

$$6 = 3y \Rightarrow \boxed{y = 2}$$

Colocando  $y = 2$  en  $\textcircled{4}$  y  $\textcircled{6}$

$$x = 4 - z \quad \textcircled{7}$$

$$x = \frac{4 + 5z}{3} \quad \textcircled{8} \text{ igualando}$$

$$4 - z = \frac{4 + 5z}{3}$$

$$2 - 3z = 4 + 5z$$

$$8 = 8z \Rightarrow \boxed{z = 1}$$

De  $\textcircled{7}$   $x = 4 - 1$

$$\boxed{x = 3}$$

Respuesta la C.

49-

50- Sea X el número buscado:

$$\frac{(x+5) * 3}{10} = 6 \Rightarrow x + 5 = \frac{6 * 10}{3} \Rightarrow x = \frac{6 * 10}{3} - 5 = 20 - 5 = 15 \text{ Respuesta la C.}$$

51-  $n!$  se lee n factorial  $nn! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n \Rightarrow 2! = 2 \times 1 = 2$  luego es multiplicar 2 n veces de donde:

$$2^n = 128$$

$$2^n = 2^7$$

$$\boxed{n = 7}$$

Respuesta la B.

52- Sabemos que  $n! = 1 * 2 * \dots * n$ . ó  $n = n * (n - 1) * (n - 2) * \dots * 2 * 1$ , para  $n = 5$

$1! + 2! + 3! + 4! + 5! = 1+2+6+24+120 = 153$ . Respuesta la C.

53- Sea:

$x$  mi edad actual.

$3x$  edad actual de Pedro.

$x + 5$  mi edad dentro de 5 años.

$3x + 5$  edades de Pedro dentro de 5 años. Formando la ecuación según las condiciones:

$$(x + 5) + (3x + 5) = 82 \rightarrow x + 5 + 3x + 5 = 82 \rightarrow 4x + 10 = 82 \rightarrow 4x = 72; x = \frac{72}{4} = 18. \text{ Es}$$

decir, mi edad actual es 18 años. Respuesta la C.

54- Sea:

$x$  la edad actual de Pompilio.

$2x + 5$  la edad actual de Jacinto.

$x - 7$  edad de Pompilio hace 7 años.

$2x + 5 - 7$  edad de Jacinto hace 7 años =  $2x - 2 \rightarrow$  formando la ecuación.

$$2x - 2 = 1 + 3(x-7) \rightarrow 2x - 2 = 1 + 3x - 21 \rightarrow 21 - 2 - 1 = 3x - 2x \rightarrow 18 = x. \text{ Es decir, la edad actual de Pompilio es: 18 años.}$$

La edad actual de Jacinto es:  $2x + 5 = 2 * 18 + 5 = 41$  años. Respuesta la C.

55- E tercer par es 6 y el cuarto par es 8. En un triángulo rectángulo, si un cateto es la altura, el otro es la base.

$$\text{Así que: } A = \frac{b * h}{2} = \frac{6 * 8}{2} = 24 \text{ Respuesta la A.}$$

56- Cada numero es el doble del inmediatamente anterior, como los términos son relativamente pocos, completemos: 3, 6, 12, 24, 48, 96,... Esto es, el sexto término es 96. Respuesta la C.

57- Sea  $x$  la capacidad del barril A.

y la capacidad del barril B. Formemos el sistema:

$$x + y = 70$$

$$x - \frac{x}{4} = y \Rightarrow \text{Organizando: } y = \frac{4x - x}{4} = \frac{3x}{4} \text{ es decir: } 4y = 3x \text{ luego el sistema final es:}$$

$$x + y = 70$$

$3x - 4y = 0$ . Despejando  $x$  de las dos ecuaciones:

$$x = 70 - y \text{ y } x = \frac{4y}{3} \text{ Igualando: } 70 - y = \frac{4y}{3}$$

$210 - 3y = 4y \Rightarrow 210 = 7y \Rightarrow y = \frac{210}{7} = 30$  De donde  $x = 70 - y = 70 - 30 = 40$ . Las respuestas son:  $x = 40$  litros;  $Y = 30$  litros. Respuesta la B.

58- Estos ejercicios pueden “confundir” por su perfil de trabalenguas, pero son relativamente sencillos, si se llevan las cantidades a igual “unidad”, es decir, saltos de liebre o saltos de perro.

Ya que 3 saltos del perro equivalen 7 saltos de la liebre, un salto del perro equivale a  $\frac{7}{3}$  saltos de la liebre. 6 saltos del perro equivaldrán a  $6 * \frac{7}{3} = 14$  saltos de la liebre. Observemos que cuando el perro halla dado los primeros 6 saltos, es como si hubiese dado 14 saltos de los de la liebre, pero mientras el perro da estos 6 saltos (o 14 de los de la liebre), la liebre ha dado 9 saltos, es decir, el perro en 6 saltos le saca a la liebre una ventaja en saltos de ella de:  $(14 - 9)$ , es decir, 5 saltos. Si en el perro en 6 de sus saltos le saca a la liebre una ventaja de 5 saltos de ésta, en 1 salto le sacara una ventaja de  $\frac{5}{6}$  de salto. Con este último dato, basta averiguar cuantas veces está  $\frac{5}{6}$  es la ventaja inicial para determinar en cuántos saltos el perro alcanza a la liebre:  $\frac{60}{\frac{5}{6}} = \frac{60 * 6}{5} = 12 * 6 = 72$  saltos.

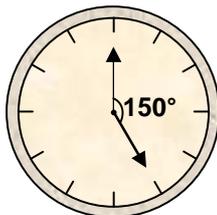
Luego, el perro alcanza a la liebre a los 72 saltos. Respuesta la A.

**NOTA:** Después de entender la solución aritmética, el estudiante debe crear la forma de resolver el ejercicio algebraicamente, cuya solución es mucho más rápida, pero implica entender bien el problema. Mira aquí la ecuación que resuelve el problema, donde  $x$  es el número de saltos que ha de dar el perro:  $\frac{7}{3}x = 60 + \frac{3}{2}x$

59- Apoyémonos en una grafica:

Coloquémonos para más sencillez una manecilla en el 12 y la otra en 5. Obsérvese que entre el 12 y el 3 hay tres espacios, y además con una manecilla en el 12 y la otra en el 3, el ángulo formado es de  $90^\circ$ . Como entre 12 y 3 hay 3 espacios, cada espacio valdrá en grados  $90/3 = 30^\circ$ .

Entre el 12 y el 5 hay 5 espacios, luego hay  $5 * 30^\circ = 150^\circ$ . Podemos ver que los minutos que hay, cuándo las manecillas forman un ángulo de  $150^\circ$  son 25 minutos, como puede apreciarse en la grafica. Respuesta la B.



60- Sea:

$x$  = las que vamos.

$x$  = Otras tantas, y formas de la ecuación:

$$x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = 100 ; 2x + \frac{3x}{4} = 99 ; \frac{8x + 3x}{4} = 99 ; 11x = 99 * 4 ; x = \frac{99 * 4}{11} = 36$$

Luego iban 36 palomas. Respuesta la D.

61- Sea  $x$  el total de topetoropes:

En la primera oferta vende  $\frac{x}{2} + 2 = \frac{x+4}{2}$  y le quedan:  $x - \frac{x+4}{2} = \frac{2x-x-4}{2} = \frac{x-4}{2}$

En la segunda oferta vende:  $\frac{\frac{x-4}{2} + 2}{2} = \frac{x-4}{4} + 2 = \frac{x-4+8}{4} = \frac{x+4}{4}$

La ecuación queda:  $x = \frac{x+4}{2} + \frac{x+4}{4} + 1$   $x = \frac{2(x+4) + x+4+4}{4} = \frac{2x+8+x+8}{4} = \frac{3x+16}{4}$

$4x = 3x + 16 \Rightarrow x = 16$  Topetoropes. Respuesta la B.

62- Sea:

$x$  = Precio de una boleta para niño.

$y$  = Precio de una boleta para adulto.

El número de boletas para niño, por el precio de cada boleta para niño, más el número de boletas para adulto, por el precio de cada boleta para adulto da el total de lo pagado en cada cuenta, luego:

$$9x + 10y = 512 \quad \textcircled{1}$$

$$17x + 15y = 831 \quad \textcircled{2}$$

Multiplicando la segunda ecuación por 10 y restándole la primera multiplicada por 15 nos queda.

$$170x + 150y = 8310$$

$$-135x - 150y = 7680$$

$$\begin{array}{r} 35x \\ = 630 \end{array} \Rightarrow x = \frac{630}{35} \Rightarrow x = \$18$$

Reemplazando el valor hallado para  $x$  en cualquiera de las ecuaciones originales hallamos que  $y = \$35$ . Respuesta la C.

63- Sea  $\frac{x}{y}$  la fracción.

$$\Rightarrow \frac{x+5}{y} = 2 ; \frac{x-2}{y} = 1 \text{ Despejando } x \text{ en las dos ecuaciones:}$$

$x = 2y - 5$  y  $x = y + 2$  Igualando.

$$2y - 5 = y + 2 \Rightarrow 2y - y = 2 + 5 \Rightarrow y = 7$$

Es decir,  $x = 9$  y  $y = 7$ . Luego el promedio es:  $9/7$ . Respuesta la D.

64- Sea:

$x$  = Número de socios de carné amarillo.

$y$  = Número de socios de carné azul.

$z$  = Número de socios de carné blanco.

$$x + y + z = 285$$

$$x + y = 2z + 15$$

$y + z = 3x + 45$ . Reorganizando estas ecuaciones queda:

$$x + y + z = 285 \quad \textcircled{1}$$

$$x + y - 2z = 15 \quad \textcircled{2}$$

$-3x + y + z = 45 \quad \textcircled{3}$ . Restando  $\textcircled{2}$  de  $\textcircled{1}$ :

Restando  $\textcircled{3}$  a  $\textcircled{1}$

$$x + y + z = 285$$

$$\frac{-3x + y + z = 45}{4x = 240} \Rightarrow x = \frac{240}{4} = 60$$

$$x + y + z = 15 = 285$$

$$\frac{-x + y + 2z = 45 = 15}{37 = 270} \Rightarrow \boxed{z = 90}$$

Reemplazando los valores de  $x$  y  $z$  en cualquiera de las ecuaciones originales hallamos que  $y = 135$ .

Solución:  $x = 60$ ;  $y = 135$ ;  $z = 90$ . Respuesta la A.

65- Sea:

$x$  cifra de las unidades.

$y$  cifra de las decenas.

$z$  cifras de las centenas.

$w$  cifras de las unidades de mil.

El número buscado es de la forma  $1000w + 100z + 10y + x$ , La información del ejercicio nos permite crear el siguiente sistema.

$$x + y + z + w = 14 \quad (1)$$

$$2y = x \quad (2)$$

$$z = y + w \quad (3)$$

$$1000w + 100z + 10y + x + 4905 = 1000x + 100y + 10z + w \quad (4)$$

Es decir, tenemos un sistema de  $4 \times 4$  hagamos algunas manipulaciones.

Despejando  $w$  en la primera:  $w = 14 - x - y - z$  (5) reemplazando ② y ③ en ⑤:

$$w = 14 - (2y) - y - (y + w) \rightarrow w = 14 - 2y - y - y - w = 14 - 4y - w$$

$$2w = 14 - 4y \rightarrow w = 7 - 2y \quad (6)$$

Dejando todo en el primer miembro de la cuarta ecuación:

$$1000w - w + 100z - 10z + 10y - 100y + x - 1000x + 4905 = 0$$

$999w + 90z - 90y - 999x + 4905 = 0$  colocando ⑥ en esta última ecuación:

$$999w + 90(z - y) - 999x + 4905 = 0 \quad (7)$$

La tercera ecuación nos da:  $w = z - y$ . Reemplazando este valor y la segunda ecuación en (7) nos queda:

$$999w + 90w - 999(2y) + 4905 = 0 \rightarrow 1089w - 1998y + 4905 = 0 \quad (8)$$

$$\text{Colocando ⑥ en ⑧: } 1089(7 - 2y) - 1998y + 4905 = 0$$

$$\rightarrow 7623 - 2178y - 1998y + 4905 = 0 \rightarrow 12528 = 4176y$$

$$y = \frac{12528}{4176} = 3 \text{ Luego } y = 3. \text{ De (2): } x = 2y = 6 \rightarrow x = 6 \text{ de (6): } w = 7 - 2y = 7 - 2 * 3 = 1$$

$$\rightarrow W = 1$$

De (3):  $z = y + w = 3 + 1 = 4$  luego  $z = 4$ . El número pedido es:

$$1000(w) + 100z + 10y + x = 1000(1) + 100(4) + 10(3) + 6 = 1436. \text{ Respuesta la B.}$$

66- Los números pares son de la forma  $2n$  donde  $n$  es entero:

Sea:  $2n$  el número menor

$2n + 2$  el número mayor

Luego  $2n(2n + 2) = 168 \rightarrow 4n^2 + 4n = 168 \rightarrow n^2 + n = 42 \Rightarrow n^2 + n - 42 = 0$ . Hallando las raíces de esta ecuación vemos que son:

$n = 6$  o  $n = -7$ , el valor  $n = -7$  no sirve porque  $2n = -14$  que no es un natural. Luego:

El número menor es  $2n = 2 * 6 = 12$

El número mayor es  $2n + 2 = 12 + 2 = 14$ . Respuesta la A.

67- Sea  $x$  la longitud de uno de los pedazos

$1,2 - x$  la longitud del otro pedazo.

$$\text{Ojo } 500\text{cm}^2 = 0,05\text{m}^2$$

$$A = \frac{500}{10000} = \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{1,2-x}{4}\right)^2$$

$$0,05 = \frac{x^2}{16} + \frac{1,44 - 2,4x + x^2}{16}$$

$$0,8 = 2x^2 - 2,4x + 1,44 \text{ multiplicado por } 100$$

$$80 = 200x^2 - 240x + 144$$

$$0 = 200x^2 - 240x + 64 \quad \text{Multiplicando la formula hallamos}$$

$$0 = 25x^2 - 30x + 8$$

$$x = 0,8\text{m} = 80\text{cm}$$

$$x = 0,4\text{m} = 40\text{cm}$$

Respuesta la B.

68- Se deja como ejercicio al lector comprobar que en la fiesta se hallaban 14 hombres.  
Respuesta la D.

69- Sea  $x$  la cantidad de liquido extraido cada vez.

Primera vez: sacamos  $x$  quedan  $100 - x$  al completar con agua quedan 100 litros de mezcla con  $100 - x$  litros de lacohol. Segunda vez sacas  $x$  litros de mezcla de los cuales son alcohol  $\frac{100-x}{100} \cdot x$  luego quedan  $100 - x - \frac{100-x}{100} \cdot x = (100-x)\left(1 - \frac{x}{100}\right)$  como se dice que luego de la segunda extraccion el 49% es de alcohol, se tiene que:

$$49 = (100-x)\left(\frac{100-x}{100}\right)$$

$$4900 = (100-x)^2$$

$$100-x = \pm 70$$

$$x = 100 \pm 70$$

$$\text{sirve } \boxed{x = 30 \text{ litros}}$$

Respuesta la C.

70- este ejercicio se puede hacer rápidamente si se tiene en cuenta que dividir 5 veces consecutivas entre 2 (sacar la mitad). Equivale a dividir entre  $2^5$  esto es, entre 32.  $8000/32 = 250$ . Respuesta la D.

71-  $x^2 - 5x = 6 \Rightarrow x^2 - 5x - 6 = 0$  Podemos factorizar:

$$(x-6)(x+1) = 0 \quad x = 6 \text{ ó } x = -1 \text{ Respuesta la A.}$$

72-  $4x^2 - 8x + 4 = 0 \Rightarrow 4(x^2 - 2x + 1) = 0$ ;  $x^2 - 2x + 1 = 0$  Factorizando:

$(x - 1)^2 = 0$  hay un valor  $x = 1$ . Respuesta la C.

73-  $3x^2 - 2x - 8 = 0$  Aplicando la formula:

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{(4 + 4 * 3 * 8)}}{6} = \frac{2 \pm \sqrt{100}}{6} = \frac{2 \pm 10}{6}$$

$x_1 = \frac{12}{6} = 2$        $x_2 = \frac{-8}{6} = \frac{-4}{3}$  Respuesta la B.

74-  $\sqrt{2x^2} - \sqrt{3}x + 1 = 0$  sabemos que:  $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$  luego:

$$x_1 + x_2 = \frac{-(-\sqrt{3})}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \sqrt{(3/2)}$$
 Respuesta la A.

75-  $2x^2 + 5kx + 6k^2 = 0$  Recordemos que  $x_1 \Rightarrow x_2 = c/a$  de donde:  $x_1 \Rightarrow x_2 = \frac{3k^2}{2}$  Respuesta la B.

76-  $x^2 + kx + 2k = 0$  aplicando la formula:  $x = \frac{-k \pm \sqrt{(k^2 - 8k)}}{2}$  para que las raíces sean iguales el discriminante debe valer cero:  
 $k^2 - 8k = 0$     $k(k - 8) = 0$     $k = 0$  ó  $k = 8$ , pero para que  $k = 0$  solo hay una raíz  $x = 0$ , luego el valor de  $k$  que sirve según el ejercicio es  $k = 8$ . Respuesta la D.

77- Aplicando la formula.  $x = \frac{-6 \pm \sqrt{(36 - 4(3k + 6)k)}}{2(3k + 6)}$  Igualando a cero la cantidad subradical:  $36 - 4(3k + 6)k = 0$ ;  $36 - 4k(3k + 6) = 0 \rightarrow 36 - 12k^2 - 24k = 0$   $12k^2 + 24k - 36 = 0$   
 $k^2 + 2k - 3 = 0$     $k = \frac{-2 \pm \sqrt{(4 + 12)}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2} \rightarrow k_1 = 1$     $k_2 = -3$ . Respuesta la A.

78- Sea  $x$  el ancho

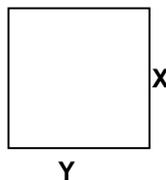
y el largo. Superficie es  $A = xy$  (1)

Perímetro es:  $P = 2x + 2y$

$80 = 2x + 2y$

$40 = x + y$

$x = 40 - y$  (2). Reemplazando (2) en (1).  $A = (40 - y) * y$



$A = 40y - y^2$ . Completando el trinomio cuadrado perfecto:  
 $A = -(y^2 - 40y + 20^2) + 20^2$

$A = -(y - 20)^2 + 20^2$ . El área será máxima cuando  $y - 20 = 0$  esto es,  $y = 20\text{m}$  y de  $\textcircled{2}$ ,  $x = 20\text{m}$ . Es decir, el rectángulo ha de ser un cuadrado de  $20\text{m}$  de lado. Respuesta la C.

79- Sea  $x$  una parte

$120 - x$  la otra parte

$P = \text{producto } P = x(120 - x)$

$P = 120x - x^2 = -(x^2 - 120x)$  completando el trinomio cuadrado perfecto.

$P = -(x^2 - 120x + 60^2) + 60^2 = -(x - 60)^2 + 60^2$  el producto será máximo cuando

$x - 60 = 0$ , es decir, si  $x = 60$  y  $120 - x = 60$  vemos que las dos partes son iguales a  $60$ . Respuesta la D.

**Nota:** Para una suma dada el producto de dos números es máximo si los números son iguales.

80- Sea  $x$  el tiempo que tarda B.

$1,5x$  el tiempo que tarda A.

$\Rightarrow$  A en un día hace  $1/x$  B en un día hace  $1/1,5x$ . Juntos hacen en un día:  $\frac{1}{x} + \frac{1}{1,5x}$  en 12

días hacen la totalidad del trabajo  $12\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{1,5x}\right) = 1 \rightarrow 12\frac{(1,5+1)}{(1,5x)} = 1$ ;  $\frac{12(2,5)}{1,5x} = 1 \rightarrow \frac{30}{1,5x} = 1$

$x = \frac{30}{1,5}$ :  $x = 20$  Luego B tarda 20 días y A tarda  $1,5x = 1,5 * 20 = 30$ . Respuesta la D.

81- Sea  $x$  el tiempo que tarda Francisco

$\frac{3}{5}x + 4,5$  el tiempo que tarda Ana

En una hora Francisco hace  $1/x$  y Ana hace:  $1/(x + 4,5)$  Juntos hacen en 1 hora  $\frac{1}{x} + \frac{5}{3x}$ .

$$\frac{9}{8}\left(\frac{1}{x} + \frac{5}{3x}\right) = 1$$

$$\frac{3+5}{3x} = \frac{8}{9}$$

$$\frac{8}{x} = \frac{8}{3} \Rightarrow x = 3 \text{ horas}$$

$$\text{Ana} \Rightarrow \frac{3}{5} * 3 = 2 \text{ horas}$$

Respuesta la A.

82- Sea  $x$  la edad del padre.  
y la del hijo.

$$\rightarrow x - 2 = 6(y - 2) \rightarrow x - 2 = 6y - 12 \rightarrow x = 6y - 10 \quad (1)$$

$$x + 18 = 2(y + 18) \rightarrow x + 18 = 2y + 36 \rightarrow x = 2y + 18 \quad (2)$$

Igualando ① y ②:  $6y - 10 = 2y + 18 \rightarrow 4y = 28 \rightarrow y = 7$  años.

$x = 2y + 18 = 2 * 7 + 18 = 14 + 18 = 32$  años. Respuesta la A.

83- Calculemos los porcentajes de alcohol en cada deposito: en el deposito **x** hay 10 litros de agua y 5 de alcohol, luego hay en total 15 litros de mezcla. Sea **a** el porcentaje de alcohol en **x** y **b** el porcentaje de alcohol en **y**.

$$\frac{a}{100} * 15 = 5 \Rightarrow a = \frac{5 * 100}{15} = \frac{100\%}{3} \text{ De igual forma para } y.$$

$$\frac{b}{100} * 15 = 3 \Rightarrow b = \frac{3 * 100}{15} = \frac{300}{15} = 20\% \text{ El deposito } x \text{ tiene } \frac{100\%}{3} \text{ de alcohol y el deposito}$$

**y** tiene 20% de alcohol.

Sea **M** los litros que hay que tomar del deposito **x**  
**N** los litros que hay que tomar del deposito **y**.

Tenemos que:  $M + N = 8$  litros. Luego  $M = 8 - N \quad (1)$ .

$$\frac{100M}{3} + 20 * N = 25 * 8 \text{ Multiplicando por } 3.$$

$$100M + 60N = 600 \text{ dividiendo entre } 20$$

$$5M + 3N = 30 \quad (2) \text{ colocando } 1 \text{ en } 2 \rightarrow 5(8 - N) + 3N = 30$$

$$40 - 5N + 3N = 30 \rightarrow 40 - 30 = 2N \rightarrow N = 5 \text{ litros y } M = 3 \text{ litros. Respuesta la C.}$$

84- Sea **x** lo que tarda el "Tino" por si solo en hacer la obra.  
**y** lo que tarda el "Tren" por si solo en hacer la obra.  
**z** lo que tarda el "Pibe" por si solo en hacer la obra.

En un día el "Tino" hace  $\frac{1}{x}$  de la obra.

En un día el "Tren" hace  $\frac{1}{y}$  de la obra.

En un día el "Pibe" hace  $\frac{1}{z}$  de la obra.

El "Tren" y el "Tino" en 1 día hacen:  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  Como los dos hacen la obra en 4 días,

$$4 \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1 \Rightarrow 4 \frac{(x+y)}{xy} = 1 \Rightarrow 4(x+y) = xy \Rightarrow 4x + 4y = xy$$

$$\Rightarrow 4x - xy = -4y \Rightarrow x(4 - y) = -4y \Rightarrow x = \frac{-4y}{4 - y} \quad (1)$$

$$\text{De igual forma para el "Tino" y el "Pibe": } 3\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{z}\right) = 1 \Rightarrow \frac{3(x+z)}{xz} = 1 \Rightarrow 3x + 3z = xz$$

$$\Rightarrow 3x - xz = -3z = -3z \Rightarrow x(3 - z) = -3z$$

$$x = \frac{-3z}{3 - z} \quad (2) \text{ Para el "Tren" y el "Pibe": } 2,4\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) = 1 \Rightarrow 2,4(y+z) = yz$$

$$\Rightarrow 2,4y + 2,4z = yz \Rightarrow 2,4y - yz = -2,4z ; y(2,4 - z) = -2,4z \Rightarrow y = \frac{-2,4z}{2,4 - z} \quad (3)$$

$$\text{Igualando } \textcircled{1} \text{ y } \textcircled{2}: \frac{-4y}{4 - y} = \frac{-3z}{3 - z} \Rightarrow 4y(3 - z) = 3z(4 - y) \Rightarrow 12y - 4yz = 12z - 3yz$$

$$\Rightarrow 12y - yz = 12z \Rightarrow y(12 - z) = 12z \Rightarrow y = \frac{12z}{12 - z} \quad (4). \text{ Igualando } \textcircled{3} \text{ y } \textcircled{4}:$$

$$\frac{-2,4z}{2,4 - z} = \frac{12z}{12 - z} \Rightarrow -2,4z(12 - z) = 12z(2,4 - z) \Rightarrow -28,8z + 2,4z^2 = 28,8z - 12z^2$$

$$\Rightarrow 12z^2 + 2,4z^2 = 57,6z \Rightarrow 14,4z = 57,6 \Rightarrow z = \frac{57,6}{14,4} = 4$$

(El valor  $z = 0$  no tiene sentido).

$$\text{Como } y = \frac{12z}{12 - z} = \frac{12 \cdot 4}{12 - 4} = \frac{48}{8} = 6 \quad y = 6: \quad x = \frac{-4y}{4 - y} = \frac{-4 \cdot 6}{4 - 6} = \frac{-24}{-2} \quad x = 12$$

Solución:  $x = 12$  días,  $y = 6$  días,  $z = 4$  días. Respuesta la C.

85- Sea  $x$  la cifra de las unidades.

y la cifra de las decenas. El número es de la forma:  $10y + x$ . Según los datos:

$$y = x + 3 \quad (1) \text{ y } 10y + x = y^2 + x^2 - 4 \quad (2)$$

$$\text{Colocando (1) en (2)} \rightarrow 10(x + 3) + x = (x + 3)^2 + x^2 - 4$$

$$10x + 30 + x = x^2 + 6x + 9 + x^2 - 4$$

$$\rightarrow 11x + 30 - 2x^2 - 6x - 5 = 0 \rightarrow -2x^2 + 5x + 25 = 0 \rightarrow 2x^2 - 5x - 25 = 0 \text{ hallando los valores de } x \text{ tenemos que: } x = 5 \text{ ó } x = -2,5.$$

Utilizando el valor positivo:  $x = 5$ ;  $y = 8$ . El número es:  $10 \cdot 8 + 5 = 85$ . Respuesta la C.

86- Sea:

$x$  el tiempo que emplea la imprenta más eficiente.

$x + 1$  el tiempo empleado por la imprenta más lenta.

Tenemos que:  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1}$  es el trabajo hecho en 1 hora por las dos maquinas laborando juntas. Como hacen la obra en 1,2 horas, tenemos:

$$1,2 \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} \right) = 1 \Rightarrow 1,2 \frac{(x+1+x)}{x(x+1)} = 1 \Rightarrow 1,2(2x+1) = x(x+1) \Rightarrow 2,4x + 1,2 = x^2 + x$$

$\Rightarrow x^2 - 1,4x - 1,2 = 0$  Aplicando la fórmula para la ecuación cuadrática hallamos que  $x = 2$  ó  $x = -0,6$ . Sirve el valor positivo. Luego la máquina más lenta hace el trabajo en 3 horas. Respuesta la A.

87- Para la ecuación de la forma  $\boxed{ax^2 + bx + c = 0}$ , la suma de los ceros o raíces de esta ecuación es:  $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$

Para el ejercicio dado:  $b = -8$   $a = 4 \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{-(-8)}{4} = 2$  Respuesta la D.

88- Aplicando la fórmula para hallar los ceros de una ecuación cuadrática:

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{(25 - 4 * 3 * (-2))}}{6} = \frac{-5 \pm \sqrt{(25 + 24)}}{6} = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{6} = \frac{-5 \pm 7}{6}$$

$x = \frac{-5+7}{6} = \frac{1}{3}$ ;  $x_2 = \frac{-5-7}{6} = -2$  Las raíces son:  $\frac{1}{3}$  y  $-2$ . Respuesta la A.

89- Aplicando la formula para la ecuación cuadrática:

$$x = \frac{15 \pm \sqrt{(225 - 4 * 2 * 18)}}{2 * 2} = \frac{15 \pm \sqrt{(225 - 144)}}{4} = \frac{15 \pm \sqrt{81}}{4} = \frac{15 \pm 9}{4} = x_1 = \frac{15+9}{4} = 6$$

$x_2 = \frac{15-9}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$  Respuesta la B

Respuesta la b.

90- El producto de los ceros de una ecuación cuadrática se halla por:

$x_1 * x_2 = \frac{a}{c} \Rightarrow x_1 * x_2 = \frac{1}{1} = 1$ . Respuesta la A.

91- Sea  $\frac{x}{y}$  la fraccion buscada  $x \neq 0 \wedge y \neq 0$

$$\Rightarrow \frac{\frac{x}{y}}{\frac{y}{x}} = \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{x^2}{y^2} = \frac{9}{16}$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \Rightarrow \frac{x}{y} = \pm \frac{3}{4}$$

Respuesta la C.

92- LA expresion rapida para calcular la suma de los primeros n cubos es:

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$$

Luego:

$$\sum_{i=1}^{10} i^3 = \left(\frac{10 \cdot 11}{2}\right)^2 = (55)^2 \Rightarrow 3025$$

Respuesta la C.

93- Sea  $\frac{x}{y}$  la fracción

$$\Rightarrow \frac{x+y}{y+y} - \frac{x}{y} = \frac{x}{y} \quad y \neq 0$$

$$\frac{x+y}{2y} = \frac{2x}{y} \Rightarrow x+y = 4x \Rightarrow \boxed{y = 3x}$$

Toda fracción como numerador sea el triplo del denominador.

94- Sea L la longitud original L = x pies + y pulgadas ①

0,3L = y pies + x pulgadas ②

Además 1 pie = 12 pulgadas

$\Rightarrow L = 12x$  pulgadas + y pulgadas ③

0,3L = 12 y pulgadas + x pulgadas ④. Dividiendo ④ entre ③:

$$\frac{0,3L}{L} = \frac{12y+x}{12x+y} \Rightarrow \frac{3}{10} = \frac{12y+x}{12x+y}$$

$$36x + 3y = 120y + 10x$$

$$26x = 117y \Rightarrow 2x = 9y$$

$$\boxed{y = \frac{2}{9}x} \text{ Será esto:}$$

Respuesta la A.

95- Si a N le sumamos 1, queda impar y divisible entre 7. es decir, para que N sea múltiplo de 14 se le debe sumar un múltiplo de 7 incrementando en 1 es decir, un numero tal como: 8, 15, 22, 29,....

Respuesta la C.

96- Dado que  $16x^2 - 12x + 1 = 0$ , luego realicemos trasformaciones de:

$$y = \sqrt{\frac{256x^4 - 48x^2 + 1}{16x^2}}$$

$$y = \sqrt{\frac{256x^4 - 32x^2 + 1 - 80x^2}{16x^2}}$$

$$y = \sqrt{\frac{(16x^2 + 1)^2 - 144x^2 + 64x^2}{16x^2}}$$

$$y = \sqrt{\frac{(16x^2 + 1 - 12x)(16x^2 + 1 + 12x) + 64x^2}{16x^2}}$$

$$y = \sqrt{\frac{0(16x^2 + 12x + 1) + 64x^2}{16x^2}}$$

$$y = \sqrt{\frac{64x^2}{16x^2}} = \sqrt{4} \Rightarrow \boxed{y = \pm 2}$$

Respuesta la D.

97- Sea x el número de mesas que realizo, como quedan por vender  $x - 70$  pero además

$x - 70 > \frac{x}{2}$ , luego  $\frac{x}{2} > 70 \Rightarrow x > 140$  ①. Posteriormente hace 6 meses más, luego tiene

$x - 70 + 6$ , esto es  $x - 64$ , además vende 36, luego tiene:

$x - 100$  tal que

$$x - 100 < 42$$

$$x < 142$$
 ②

Con ① y ② tenemos que  $x = 141$ , luego lanzo  $141 + 6 = 147$

Respuesta la C.



**RESPUESTA DE LOS EJERCICIOS PROPUESTOS DE ALGEBRA**

1- A	8- B	15- D	22- b	29- d	36- d	43- C
2- D	9- A	16- D	23- a	30- e	37- c	44- E
3- C	10- A	17- D	24- c	31- c	38- d	
4- B	11- B	18- C	25- c	32- c	39- c	
5- C	12- E	19- A	26- b	33- e	40- b	
6- D	13- D	20- B	27- e	34- e	41- e	
7- A	14- B	21- A	28- a	35- c	42- a	

## SOLUCION AL TEST DE GEOMETRIA

1- Para hallar el área de la parte sombreada, debemos hallar el área ocupada por los 4 semi-círculos, y a esta área, restarle el área por fuera del cuadrado y por dentro del círculo.

$$\text{Área del círculo} = \pi R^2$$

$$\text{Área del cuadrado} = L^2$$

Área de los cuatro semi-círculos = Área de 2 círculos de radio  $\frac{L}{2}$  así:

$$\text{Área de los cuatro semi-círculos} = \frac{2\pi(L)^2}{2^2} = \frac{\pi L^2}{2}$$

Área sombreada =  $\frac{\pi L^2}{2} - (\pi R^2 - L^2)$ . Recordemos que el lado del cuadrado inscrito en un

círculo es:  $L = R\sqrt{2}$ , luego  $R = \frac{L}{\sqrt{2}}$ , reemplazando:

$$A_s = \frac{\pi L^2}{2} - \left( \pi * \frac{L^2 - L^2}{2} \right) = \frac{\pi L^2}{2} - \frac{\pi L^2}{2} + L^2 \text{ Es decir,}$$

$$A_s = L^2 = (4)^2 = 16 \text{ cms}^2. \text{ Respuesta la C.}$$

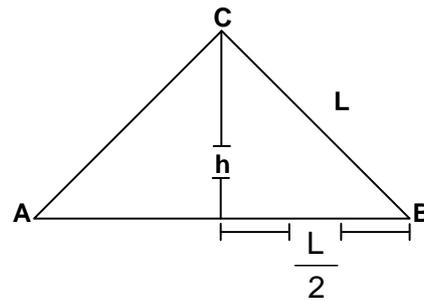
2. La altura del triángulo la podemos hallar por el teorema de Pitágoras:

$$h^2 = L^2 - \frac{L^2}{4} = \frac{3L^2}{4} \Rightarrow h = \frac{L}{4} \sqrt{3}$$

El área del triángulo es:  $\frac{b * h}{2}$

$$A = \frac{L * L \sqrt{3}}{2 * 2} = \frac{L^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{20^2 \sqrt{3}}{4} = 100 \sqrt{3}$$

$$A = 100 \quad 1,73 \Rightarrow A = 173 \text{ cm}^2. \text{ Respuesta la D.}$$



3. El área Sombreada es el área por fuera del cuadrado y por dentro del círculo.

$$A_s = A_{\text{círculo}} - A_{\text{cuadrado}} \Rightarrow A_s = \pi R^2 - L^2 = \pi R^2 - (R\sqrt{2})^2$$

$$A_s = \pi R^2 - 2R^2 = R^2(\pi - 2) = \frac{(D)^2}{(2)^2} \Rightarrow (\pi - 2) = \frac{(10\sqrt{2})^2}{(2)^2} (\pi - 2)$$

$$A_s = 25 * 2(\pi - 2) = 50(\pi - 2) \text{ con } \pi \approx 3,14$$

$$As = 50(1,14) \Rightarrow As = 57m^2 \text{ Respuesta la C.}$$

4. El área de la parte sombreada es igual al área del círculo mayor menos el área del círculo menor.

$$As = \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2) = \pi(10^2 - 6^2) = \pi(100 - 36) = 64\pi$$

$$As = 64 * 3,14 = 200,96 \approx 201m^2 \text{ Respuesta la C.}$$

5- Sabemos que la altura del triángulo equilátero en función del lado es.  $h = \frac{L\sqrt{3}}{2}$  El área del triángulo grande vale:

$$A = \frac{b * h}{2} = \frac{L * L\sqrt{3}}{2 * 2} = \frac{L^2\sqrt{3}}{4}$$

El área sombreada es la cuarta parte del área del triángulo grande asumiendo que el triángulo pequeño es equilátero a lado  $L/2$ .

$$\text{Luego: } As = \frac{L^2\sqrt{3}}{4 * 4} = \frac{2^2\sqrt{3}}{16} = \frac{\sqrt{3}}{4} \approx 0,43m^2 \text{ Respuesta la A.}$$

6. Hallemos la altura:

$$\text{Por el teorema de Pitágoras } h^2 = x^2 - y^2 \text{ donde } h = AB \Rightarrow h = \sqrt{(x^2 - y^2)}.$$

El área del rectángulo es  $b * h = y * h = y * \sqrt{(x^2 - y^2)}$ , pero como se trata solo de la mitad del rectángulo.

$$\text{El área sombreada es: } As = \frac{y}{2} \sqrt{(x^2 - y^2)} \text{ Respuesta a la E.}$$

7. Obsérvese que por fuera del cuadrado hay cuatro semi-círculos, que son iguales a los que se le han "sacado" al cuadrado. Si mentalmente colocamos los semi-círculos exteriores, en los espacios interiores del cuadrado, quedara "lleno". Luego el área sombreada es igual al área del cuadrado.

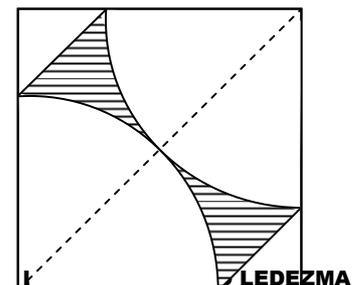
$$As = L^2 = (\sqrt{20})^2 = 20m^2 \text{ Respuesta la D.}$$

8- Obsérvese que la diagonal del cuadrado es igual a dos radios del cuadrante del círculo. De la grafica adjunta vemos que el área sombreada es igual al área del cuadrado menos la suma de las áreas de los triángulos rectángulos- isósceles de catetos  $X$ , y los dos cuadrantes del círculo.

$$\text{Recordemos que diagonal} = L\sqrt{2}, \text{ luego } d = L\sqrt{2}.$$

El radio de un cuadrante de círculo es la mitad de la diagonal luego:

$$R = \frac{L\sqrt{2}}{2} \text{ Como } L = a \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$



El área de un triángulo es:  $A_t = \frac{x * x}{2} = \frac{x^2}{2}$  Pero  $x = a - R$ , luego:

$$A_t = \frac{(a-R)^2}{2} \text{ El área de un cuadrante es:}$$

$$A_t = \frac{\pi R^2}{4} = \frac{\pi(a\sqrt{2/2})^2}{4} = \frac{\pi * a^2 * 2}{4 * 4} = \frac{\pi a^2}{8}$$

Luego el área de los dos cuadrantes es:  $\frac{\pi a^2}{4}$

Como el área de un triángulo es:  $\frac{(a-R)^2}{2}$

Coloquemos la equivalencia de R:  $A_t = \frac{(a - a\sqrt{2/2})^2}{2} = \frac{(2a - a\sqrt{2})^2}{8}$  Luego el área de dos

triángulos será:  $A_{2t} = \frac{(2a - a\sqrt{2})^2}{4}$

Luego el área de la mitad de la cruz de malta será:

$$\frac{A_s}{2} = A \text{ cuadrado} - (\text{Área de 2 cuadrantes} + \text{Área de 2 Triángulos})$$

$$\frac{A_s}{2} = a^2 - \left( \frac{\pi a^2}{4} + \frac{(2a - a\sqrt{2})^2}{4} \right)$$

$$\frac{A_s}{2} = a^2 - \left( \frac{\pi a^2}{4} + \frac{4a^2 - 4a^2\sqrt{2} + 2a^2}{4} \right)$$

$$\frac{A_s}{2} = a^2 - \left( \frac{\pi a^2 + 4a^2 - 4a^2\sqrt{2} + 2a^2}{4} \right)$$

$$\frac{A_s}{2} = \frac{4a^2 - \pi a^2 - 4a^2 + 4a^2\sqrt{2} - 2a^2}{4}$$

$$\frac{A_s}{2} = \frac{4a^2\sqrt{2} - \pi a^2 - 2a^2}{4}$$

$$\frac{A_s}{2} = \frac{a^2}{4} (4\sqrt{2} - \pi - 2) \Rightarrow A_s = \frac{a^2}{2} (4\sqrt{2} - 2 - \pi) \text{ Respuesta la A.}$$

9- El área de la parte sombreada es el Área del semicírculo menos el área del triángulo rectángulo-isósceles de catetos de longitud 5.

$$A_s = \frac{\pi R^2}{2} - \frac{L^2}{2} \Rightarrow \text{Sabemos que } AB = L\sqrt{2} \text{ y } R = \frac{AB}{2} \text{ luego } R = \frac{L\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

$$A_s = \frac{\pi(L\sqrt{2/2})^2}{2} - \frac{L^2}{2} = \frac{2\pi L^2}{8} - \frac{L^2}{2} = \frac{\pi L^2}{4} - \frac{L^2}{2} : A_s = \frac{L^2}{2} - \frac{(\pi-2)}{2} \Rightarrow A_s = \frac{25}{2} - \frac{(3,14-1)}{2}$$

= 12,5(0,57) = 7,125 Respuesta la C.

10- Se trata de hallar el área del cuadrado menos la suma del área central y el área de las esquinas.

Observando con cuidado veremos que el área de las esquinas es igual al área del cuadrado menos al área del círculo inscrito.

De otro lado, el área central es igual al área del cuadrado menos la suma de las áreas de los cuatro cuadrantes del círculo.

La suma del área de los cuatro cuadrantes de círculo es igual al área de un círculo, luego el área central es igual a la suma de las áreas de las esquinas!!!

Con el anterior análisis vemos que el área sombreada es igual al área del cuadrado menos dos veces el área de las esquinas.

Área de las esquinas  $(2a)^2 - \pi R^2$  pero  $L = 2a = 2R$ , por tanto  $R = a$ .

$$A_{\text{esq}} = 4a^2 - \pi a^2 = a^2(4 - \pi)$$

El área central mas el área de las esquinas es:  $2a^2(4 - \pi)$

El área sombrada será:  $A_s = (2a)^2 - 2a^2(4 - \pi)$

$$A_s = 4a^2 - 2a^2(4 - \pi) = 2a^2(2 - 4 + \pi) = 2a^2(\pi - 2) \text{ Respuesta la B.}$$

11- Se trata de hallar el área de cuatro semicírculos de radio R, menos el área que tiene en común con el círculo central de radio R y que menos es tangente a los cuatro semicírculos.

Del ejercicio anterior sabemos que el área común es:  $2R^2(\pi - 2)$

El área de los 4 semicírculos es el área de dos círculos esto es:

$$A_{2c} = 2\pi R^2 \text{ Área sombreada } A_s = A_{2c} - 2R^2(\pi - 2)$$

$$A_s = 2\pi R^2 - 2R^2(\pi - 2) = 2R^2(\pi - \pi + 2) = 4R^2$$

Pero  $R = 2\text{cm} \rightarrow A_s = 16\text{cm}^2$ . Respuesta la E.

12- Según la grafica:

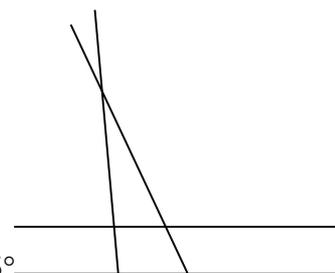
$\theta = 85^\circ$  ya que son ángulos correspondientes.

$a = 40^\circ$  puesto que son opuestos por el vértice.

$w = 40^\circ$  ya que son ángulos alterno-internos.

$$\text{Además: } \theta + \varnothing = 180^\circ \Rightarrow \varnothing = 180^\circ - \theta = 180^\circ - 85^\circ \Rightarrow \varnothing = 95^\circ$$

$$Y, \beta + a + \varnothing = 180^\circ \Rightarrow \beta = 180^\circ - a - \varnothing = 180^\circ - 40^\circ - 95^\circ \Rightarrow \beta = 45^\circ$$



Como  $x + \beta = 180^\circ \Rightarrow x = 180^\circ - \beta = 180^\circ - 45^\circ \Rightarrow x = 135^\circ$

O también:  $x = \emptyset + a$  Puesto que el ángulo exterior a un triángulo es igual a la suma de los ángulos internos no adyacentes a él. También:

$w + y = 180^\circ \Rightarrow y = 180^\circ - w = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$  Luego  $x = 135^\circ$  y  $y = 140^\circ$ . Respuesta la A.

13- Según la grafica:

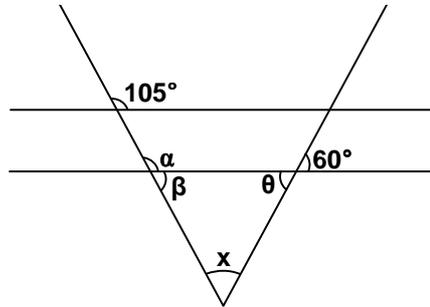
$a = 105^\circ$  (correspondientes)

$\theta = 60^\circ$  (opuestos por el vértice)

$\beta = 180^\circ - a = 180^\circ - 105^\circ \rightarrow \beta = 75^\circ$

$x = 180^\circ - \beta - \theta = 180^\circ - 75^\circ - 60^\circ \rightarrow x = 45^\circ$

Respuesta la B.

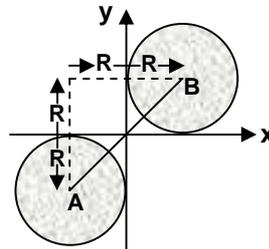


14- Analicemos el grafico:

Aplicando el teorema de Pitágoras:

$$AB^2 = (2R)^2 + (2R)^2 = 4R^2 + 4R^2$$

$$AB^2 = 8R^2 \rightarrow AB = R\sqrt{8} . \text{ Respuesta la}$$



15- Analizando el siguiente gráfico, vemos que:

$$\beta + a + \theta = 180^\circ \text{ pero } \beta = 90^\circ$$

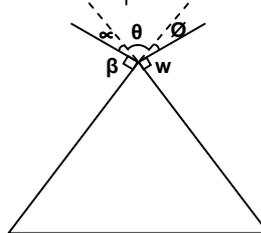
$$a = 180^\circ - 90^\circ - \theta \rightarrow a = 90^\circ - \theta$$

$$\text{Pero } \theta = 60^\circ \rightarrow a = 30^\circ.$$

$$\text{De otro lado. } w + \emptyset + \theta = 180^\circ \text{ y } w = 90^\circ$$

$$\text{Luego } \emptyset = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ \rightarrow \emptyset = 30^\circ$$

El ángulo pedido es:  $a + \theta + \emptyset = 30^\circ + 60^\circ + 30^\circ = 120^\circ$ . Respuesta la A.



**NOTA:** La forma “rauda”: como el triángulo es equilátero el ángulo del vértice vale  $60^\circ$ , y como los ángulos de los cuadrados valen  $90^\circ$ , en total se tiene  $60^\circ + 90^\circ + 90^\circ = 240^\circ$ , y lo que resta para la vuelta completa es decir para  $360^\circ$ , es  $120^\circ$ .

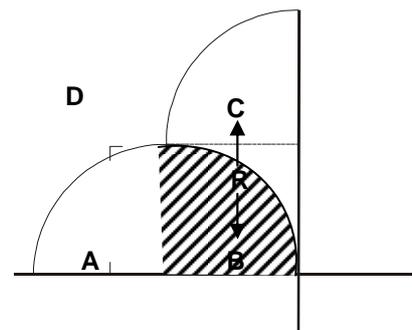
16- Observemos en la gráfica siguiente el cuadrado ABCD de lado R.

El área sombreada es el área del cuadrado menos dos veces el área de las esquinas.

Observemos el cuadrante del círculo DAB. Si el cuadrado le quitamos el cuadrante DAB, nos queda el área de una esquina.

$$\text{Área esquina: } R^2 - \frac{\pi R^2}{4} = \frac{4R^2 - \pi R^2}{4} = \frac{R^2}{4}(4 - \pi)$$

$$\text{El área de las esquinas será: } \frac{R^2}{2}(4 - \pi)$$



$$\text{El área sombreada será: } A_s = R^2 - \frac{R^2}{2}(4 - \pi) = R^2 \left( 1 - \frac{4 - \pi}{2} \right)$$

$$A_s = R^2 \frac{(2 - 4 + \pi)}{2} \Rightarrow A_s = \frac{R^2}{2}(\pi - 2) \text{ Como } D = 2R \Rightarrow R = \frac{D}{2} = 1\text{m} \quad A_s = \frac{(\pi - 2)}{2}$$

Respuesta la E.

17- En todo triángulo rectángulo, la altura levantada sobre la hipotenusa es media proporcional entre los segmentos en que divide a la hipotenusa. Como  $AB=20\text{cm}$  y  $AD=DB$  tenemos que:  $AD=10\text{cm}=DB$ .

Según el teorema anterior:

$$Y^2 = AP * PB \text{ pero } AP = M$$

$$Y^2 = 20 - m \text{ luego:}$$

$$Y^2 = m(20 - m) \quad (1)$$

Aplicando el teorema de Pitágoras:

$$CB^2 = AB^2 - AC^2 \rightarrow \overline{CB} = \sqrt{(20^2 - 12^2)} = \sqrt{(400 - 144)} = \sqrt{256} \quad CB = 16\text{cm.}$$

Aplicando Pitágoras en el triángulo APC:

$$Y^2 = AC^2 - AP^2 \rightarrow Y^2 = 12^2 - m^2 \quad (2) \text{ igualando 1 y 2}$$

$$M(20-m) = 144 - m^2 \rightarrow 20m - m^2 = 144 - m^2 \quad m = 144/20: m = 7,2\text{m.}$$

$$\text{Luego: } PB = 20 - 7,2 = 12,8 \text{ m.}$$

$$Y^2 = 7,2(20 - 7,2) = 7,2 * 12,8 \rightarrow y = \sqrt{92,16} \Rightarrow y = 9,6\text{m}$$

$$\text{Por proporciones: } \frac{y}{PB} = \frac{h}{DB} \Rightarrow h = \frac{y * DB}{PB} = \frac{9,6 * 10}{12,8} \Rightarrow h = 7,5 \text{ mts}$$

El área del cuadrilátero ADEC es igual al área del triángulo ABC menos el área del triángulo EDB.

$$A_c = \frac{AB * y}{2} - \frac{h * DB}{2} = \frac{20 * 9,6}{2} - \frac{7,5 * 10}{2}$$

$$A_c = 96 - 37,5 \rightarrow A_c = 58,5 \text{ m}^2. \text{ Respuesta la B.}$$

18- Analicemos el gráfico siguiente:

$$BC^2 = 16^2 - 8^2 = 64 = 192$$

$$BC^2 = 192 \quad h^2 = BC^2 - (16 - x)^2$$

$$h^2 = 192 - 256 + 32x - x^2$$

$$h^2 = -64 + 32x - x^2 \quad (1)$$

$$\text{De otro lado: } h^2 = 8^2 - x^2 \quad (2) \text{ igualando 1 y 2}$$

$$-64 + 32x - x^2 = 8^2 - x^2 \Rightarrow 32x = 64 + 64 \Rightarrow 32x = 128 : x = \frac{128}{32} = 4$$

Luego  $x = 4$  m. Respuesta la C.

19- Es un triángulo equilátero, ya que el ángulo que falta debe valer  $60^\circ$ , si el triángulo es equiángulo de equilátero luego  $x = 5$ . Respuesta la C.

$$20- d^2 = x^2 + y^2 \quad \text{pero } y = 2x$$

$$d^2 = x^2 + (2x)^2 = x^2 + 4x^2 \rightarrow d^2 = 5x^2$$

$$\text{De donde } x^2 = \frac{d^2}{5} \text{ como } A = b * h$$

$$\rightarrow A = x * y = x * 2x = 2x^2 \text{ luego: } A = 2 * \frac{d^2}{5} = \frac{2(15)^2}{5} = \frac{2 * 225}{5} = 90\text{m}^2$$

Respuesta la A.

21- Hallemos el valor de la hipotenusa:

$$AB^2 = 16^2 + 12^2 = 256 + 144$$

$$AB^2 = 400 \rightarrow AB = 20$$

$$Y^2 = 16^2 - AP^2 \quad AP = m$$

$$Y^2 = 16^2 - m^2 \quad (1)$$

$$Y^2 = 12^2 - (20 - m)^2 \quad (2) \text{ igualando 1 y 2.}$$

$$16^2 - m^2 = 12^2 - 20^2 + 40m - m^2 \rightarrow 16^2 + 20^2 - 12^2 = 40m : m = \frac{256 + 400 - 144}{40}$$

$$\text{Reemplazando en (1): } m = \frac{512}{40} = 12,8 \Rightarrow m = 12,8$$

$$Y^2 = 256 - 163,84 = 92,16 \rightarrow \text{reemplazando en } y = 9,6$$

$$\text{Por proporciones: } \frac{AR}{h} = \frac{AB}{12} \Rightarrow h = \frac{12 * AR}{AB} = \frac{12 * 10}{20} = 6\text{cm}$$

$$\text{Aplicando Pitágoras: } x = Aq \Rightarrow x^2 = 10^2 - h^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow x = 8 \text{ Respuesta la E.}$$

22- Aplicando el teorema de Pitágoras:

$$(x + 2)^2 = 6^2 + x^2 \rightarrow x^2 + 4x + 4 = 36 + x^2$$

$$4x = 32 \rightarrow x = 8\text{cms. Además: } Y^2 = x^2 + 8^2 = 8^2 + 8^2 = 2 * 8^2$$

$$y = 8\sqrt{2} \text{ cms Respuesta la A.}$$

23- Si desde un punto exterior a una circunferencia, se traza una tangente y una secante, la tangente es media proporcional entre la secante y su parte extrema. Luego:

$$x^2 = 20 * 5 = 100 \Rightarrow x = 10 \text{ Respuesta la C.}$$

24- Si dos cuerdas se cortan dentro de una circunferencia, el producto de los dos segmentos definidos en la primera es igual al producto de los segmentos en que se divide la segunda.

$$8 * x = 4 * 12 = 48 \Rightarrow x = \frac{48}{6} = 8 \text{ Respuesta la C}$$

25- Sea R el radio del círculo grande y r el radio del círculo pequeño.

La diagonal del cuadrado será:  $2r\sqrt{2}$  ( $L = 2r$ )

El área central, será el área del cuadrado menos el área de los cuatro cuadrantes del círculo pequeño.

El área de los cuatro cuadrantes es igual al área de un círculo de radio r.

$$\text{Luego: } A_c = (2r)^2 - \pi r^2 = r^2(4 - \pi)$$

Obsérvese que AB es igual a la diagonal del cuadrado más  $2r$  luego: El área sombreada es igual al área del círculo grande, menos la suma del área central y de los cuatro círculos interiores.

$$A_s = \pi R^2 - (4\pi r^2 + r^2(4 - \pi)) = \pi R^2 - 4\pi r^2 - r^2(4 - \pi)$$

$$A_s = \pi R^2 - 4\pi r^2 + 4r^2 + \pi r^2 = \pi R^2 - 3\pi r^2 - 4r^2 = \pi R^2 - r^2(3\pi + 4)$$

$$A_s = \frac{22}{7} * 5^2 - 2^2 \frac{(3 * 22 + 4)}{7} = \frac{550}{7} - \frac{4(94)}{7} = \frac{550}{7} - \frac{376}{7}$$

$$A_s = \frac{174}{7} \text{ Pero } A_s = \frac{174}{7} = \frac{24 * 6}{7}. \text{ Luego } A_s = \frac{24 * 6}{7} \text{ m}^2 \text{ Respuesta la B.}$$

26-

27-

28-

29-

30-